

2. izpit iz DS, 06.02.2020

- Čas pisanja: **45 minut**
- Če vam zmanjka prostora za reševanje na poli, to označite in nadaljujte na dodatnem listu.
- Za pozitivno oceno je potrebno zbrati vsaj 50% vseh točk, pri čemer morate pri vsaki nalogi zbrati vsaj 30% točk, tj. 1.5 točke od 5 možnih. V oglatih oklepajih [.] je pri vsakem vprašanju navedeno, koliko točk šteje pravilen odgovor.
- Poskus prepisovanja, pogovarjanje, uporaba zapiskov, elektronskih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

1. [5 točk] Matematična indukcija in izjavni račun

- (a) [1] Naj bo $T(n)$ trditev o naravnem številu $n \in \mathbb{N}$. Vemo, da velja $T(3)$ in da iz resničnosti $T(n)$ sledi resničnost $T(n + 4)$. Ali lahko sklepamo, da velja $T(2020)$? Odgovor dobro utemeljite.

- (b) [1] Kdaj pravimo, da sta dva izjavna izraza enakovredna?

- (c) [1] Napišite disjunktivno normalno obliko izraza $I(p, q)$, ki ima naslednjo resničnostno tabelo:

p	q	$I(p, q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

- (d) [2] Napišite pravilo sklepanja modus ponens in dokažite, da velja.

2. [5 točk] Predikatni račun in množice

(a) [1] Navedite de Morganov zakon iz teorije množic.

(b) [1] Definirajte potenčno množico $\mathcal{P}A$ množice A .

(c) [3] Za vsako od naslednjih množic ugotovite, ali je potenčna množica neke množice. Če je odgovor da, navedite to množico, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

i. $\{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$.

ii. $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$.

iii. $\{\emptyset, \{1\}, \{\{2, 7\}\}, \{1, \{2, 7\}\}\}$.

3. [5 točk] Relacije in preslikave

(a) [1] Kdaj je relacija $f \subseteq A \times A$ preslikava na množici A ?

(b) [2] Poiščite množico A in preslikavo $f : A \rightarrow A$, ki je injektivna, a ni surjektivna.

(c) [2] Napišite in dokažite natančen pogoj za injektivnost kompozituma $f \circ f$, kjer je $f : A \rightarrow A$ preslikava.

4. [5 točk] **Teorija grafov**

(a) [2] Naj bo K_9 poln graf na 9 točkah, $H = (V, E)$ pa njemu izomorfen graf. Izpolnite:

$$(i) |V| = \quad (ii) |E| = \quad (iii) \chi(H) = \quad (iv) H^c =$$

(b) [1] Naj bo $G = (V, E)$ graf, kjer je V množica vozlišč, E pa množica povezav. Kaj pomeni, da je množica $S \subseteq V$ prerezna za graf G ?

(c) [2] Naj bo G Hamiltonov graf in S prerezna množica moči k . Največ koliko komponent za povezanost ima $G - S$? Odgovor utemeljite.

5. [5 točk] **Razširjen Evklidov algoritem in linearne diofantske enačbe**

(a) [2] Dana je enačba $84x + 63y = c$, kjer sta x, y celoštevilski spremenljivki, c pa celoštevilski parameter. Za katere parametre c ima enačba vsaj eno celoštevilsko rešitev?

(b) [3] Za najmanjši pozitiven celoštevilski c , pri katerem ima zgornja enačba celoštevilsko rešitev, napišite formulo, ki opiše vse celoštevilске rešitve.

6. [5 točk] **Permutacije in linearne rekurzivne enačbe**

(a) [1] Navedite splošno obliko linearne rekurzivne enačbe.

(b) [4] Rešite linearno rekurzivno enačbo $a_{n+2} - 3a_{n+1} - 4a_n = 0$ pri začetnih pogojih $a_0 = 1$, $a_1 = 3$.