

1. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 17. januar 2006

1. Dana je množica predpostavk

$$p \vee q \Rightarrow r \wedge s, \quad r \Rightarrow t, \quad s \vee q, \quad s \Leftrightarrow p \vee r, \quad s \vee \neg t$$

in zaključek $t \vee r$. Odloči, ali je sklep pravilen ali napačen. Če je sklep pravilen, zapiši dokaz; če je napačen, poišči protiprimer.

2. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ je dana relacija

$$R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 6), (3, 5), (4, 2), (5, 1), (5, 7), (6, 4), (7, 8), (8, 6), (8, 7)\}.$$

- (a) Čim lepše nariši graf relacije R .
- (b) Poišči vse $n \in A$, za katere velja $1 R^{2006} n$.
- (c) Poišči vse $n \in A$, za katere velja $n R^{2006} 7$.
- (d) Določi R^* (dovolj je narisati graf R^*).

3. Dani sta funkciji $f, g : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ s predpisoma

$$f(n) = 9^n \bmod 25, \quad g(n) = 7^n.$$

- (a) Zapiši formule preslikav $f \circ g, g \circ f, g \circ g$.
- (b) Pokaži, da je preslikava $g \circ g$ injektivna.
- (c) Določi $(f \circ g)(2006)$.
- (d) Poišči vse elemente iz \mathbb{N}_0 , ki jih $f \circ g$ preslika v 4.

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 3 & 11 & 9 & 12 & 1 & 10 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 6 & 7 & 4 & 5 & 12 & 1 & 11 & 9 & 2 & 3 & 10 & 8 \end{pmatrix}.$$

- (a) Zapiši permutaciji α in β z disjunktnimi cikli ter določi njuno parnost.
- (b) Kakšno ciklično strukturo ima permutacija $\pi \in S_{12}$, ki reši enačbo

$$\beta^{-1} * \pi^{2006} * \beta = \alpha.$$

Poišči vse možne ciklične strukture za permutacijo π .

- (c) Poišči kakšno rešitev zgornje enačbe.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na matematika.fri.uni-lj.si. Lokacija in čas za morebitne pritožbe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.

2. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 31. januar 2006

1. Dan je trimestni izjavni veznik

$$A(p, q, r) \sim p \vee q \Rightarrow \neg q \wedge r.$$

- (a) Pokaži, da je $\{A\}$ poln nabor.
- (b) Izrazi implikacijo in konjunkcijo samo s pomočjo veznika A .
- (c) Naj velja

$$A_0 \sim A(p, p, 1), \quad A_n \sim A(A_{n-1}, A_{n-1}, p), \quad n \geq 1.$$

Izračunaj A_{2006} .

2. Naj bo $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$. Na A je dana relacija \rightsquigarrow z naslednjim predpisom

$$x \rightsquigarrow y \stackrel{\text{def}}{\iff} x \text{ je deljiv z vsemi praštevilci, ki delijo } y.$$

- (a) Ali velja $5 \rightsquigarrow 1$, $25 \rightsquigarrow 10$, $10 \rightsquigarrow 25$?
- (b) Ali je relacija \rightsquigarrow tranzitivna?
- (c) Ali je relacija \rightsquigarrow antisimetrična?
- (d) Ali je relacija \rightsquigarrow ekvivalenčna?

3. V kolobarju $(\mathbb{Z}_{30}, +, \cdot)$ odgovori na naslednji vprašanji.

- (a) Katera od števil 2, 5, 7, 8, 14, 22 so obrnljiva?
- (b) Kaj so inverzi obrnljivih elementov iz točke (a)?

V $(\mathbb{Z}_{30}, +, \cdot)$ poišči tudi vse rešitve sistema enačb

$$\begin{aligned} 5x + 7y &= 22 \\ 2x - 22y &= 14. \end{aligned}$$

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \left(\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 5 & 2 & 11 & 7 & 9 & 10 & 8 \end{array} \right) \quad \text{in} \quad \beta = \left(\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 8 & 11 & 1 & 7 & 3 & 2 & 5 & 9 & 10 & 4 & 6 \end{array} \right).$$

- (a) Zapiši permutaciji α in β z disjunktnimi cikli ter določi njuno parnost.
- (b) Izračunaj β^{2006} .
- (c) Kakšno ciklično strukturo ima permutacija $\pi \in S_{11}$, ki reši enačbo

$$\alpha^{-1} * \pi^{2006} * \alpha = \beta^{2006}.$$

Poišči vse možne ciklične strukture za permutacijo π .

- (d) Poišči vsaj dve rešitvi zgornje enačbe.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na matematika.fri.uni-lj.si. Lokacija in čas za morebitne pritožbe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.

3. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 2. junij 2006

1. Odloči, ali je sklep

$$\neg(r \wedge t), \quad x \Rightarrow y, \quad p \wedge r \Rightarrow w, \quad x \wedge u \Leftrightarrow w, \quad p \Rightarrow \neg y \vee t \quad \models \quad p \Rightarrow \neg r$$

pravilen ali napačen. Če je sklep pravilen, zapiši dokaz; če je napačen, poišči protiprimer.

2. Na množici $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ definiramo relacijo R z naslednjim predpisom: $a R b$ natanko tedaj, ko za vsako celo število $k \geq 0$ velja $2^k \mid a$ natanko tedaj, ko $2^k \mid b$.

(a) Katere izmed spodnjih trditev držijo:

$$1 R 5, \quad 20 R 12, \quad 4 R 6, \quad 11 R 13.$$

(b) Pokaži, da je R ekvivalenčna relacija.

(c) Zapiši ekvivalenčni razred relacije R , ki vsebuje število 4.

(d) Koliko je vseh ekvivalenčnih razredov relacije R ?

3. Dana je diofantska enačba

$$5x + 37y + 23z = 77.$$

(a) Pokaži, da je diofantska enačba rešljiva.

(b) Poišči njeno splošno rešitev.

(c) Poišči kakšno rešitev enačbe v naravnih številih $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.
Koliko je takih rešitev?

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \left(\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 5 & 2 & 7 & 4 & 14 & 12 & 8 & 3 & 10 & 11 & 9 & 13 & 6 & 1 \end{array} \right) \quad \text{in}$$

$$\beta = \left(\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 6 & 7 & 14 & 5 & 12 & 13 & 11 & 9 & 2 & 3 & 10 & 8 & 4 & 1 \end{array} \right).$$

(a) Zapiši permutaciji α in β z disjunktnimi cikli ter določi njuno parnost.

(b) Dana je permutacijska enačba

$$\beta^{-1} * \pi^{2006} * \beta = \alpha.$$

Poišči vse možne ciklične strukture za permutacijo $\pi \in S_{14}$.

(c) Poišči kakšno rešitev zgornje enačbe.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na matematika.fri.uni-lj.si. Lokacija in čas za morebitne pritožbe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.

4. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 12. september 2006

1. Dokaži naslednji sklep

$$\neg t \vee r, q \wedge w \Rightarrow t, \neg r \Rightarrow w \wedge s, \neg p \vee u \vee \neg r, u \Rightarrow \neg q \models p \Rightarrow \neg q.$$

2. Koliko števil je na celoštevilskem intervalu $[23, 900]$, ki so deljiva z 10 ali 14, niso pa deljiva z 35.

3. Obravnavamo naslednjo diofantsko enačbo:

$$15x + 7y - 12z = 6.$$

(a) Pokaži, da je zgornja diofantska enačba rešljiva.

(b) Poišči vse trojice $x, y, z \in \mathbb{Z}$, ki enačbo rešijo.

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 11 & 8 & 14 & 1 & 10 & 2 & 3 & 6 & 9 & 13 & 5 & 4 & 12 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 6 & 7 & 4 & 5 & 11 & 1 & 14 & 9 & 2 & 3 & 10 & 8 & 13 & 12 \end{pmatrix}.$$

(a) Zapiši permutaciji α in β z disjunktnimi cikli ter določi njuno parnost.

(b) Dana je enačba

$$\beta^{-1} * \pi^k = \alpha * \beta^{-1},$$

kjer je π neznana funkcija. Za katere $k \in \{30, 31, 32\}$ ima enačba največ rešitev? Za vsak $k \in \{30, 31, 32\}$ določi vse ciklične strukture za $\pi \in S_{14}$, ki so rešitve enačbe.

(c) Poišči vsaj tri različne rešitve enačbe iz točke (b), pri čemer je k poljuben eksponent iz $\{30, 31, 32\}$.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na matematika.fri.uni-lj.si. Lokacija in čas za morebitne pritožbe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.

1. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 24. januar 2007

1. Odloči, ali je sklep

$$\neg(r \wedge s), x \Rightarrow y, p \wedge r \Rightarrow w, w \Rightarrow x \wedge u, p \Leftrightarrow \neg y \vee s \models p \Rightarrow \neg r$$

pravilen ali napačen. Če je sklep pravilen, zapiši dokaz; če je napačen, poišči protiprimer.

2. Naj bodo A, B, C poljubne množice. Za sistem enačb

$$\begin{aligned} X \setminus C &= A \\ X \cap A \cap B &= C \end{aligned}$$

povej, kdaj je rešljiv, in določi njegove rešitve.

3. V kolobarju $(\mathbb{Z}_{24}, +, \cdot)$ odgovori na naslednji vprašanji.

- (a) Kateri elementi so obrnljivi v tem kolobarju?
- (b) Kaj je v tem kolobarju inverz (za množenje) od 7?

V $(\mathbb{Z}_{24}, +, \cdot)$ poišči tudi vse rešitve sistema enačb

$$\begin{aligned} 4x + 12y &= 8 \\ 2x + 7y &= 11. \end{aligned}$$

4. Naj bo permutacija $\gamma = (1\ 2\ 4)(3\ 6\ 5) \in S_6$. V množici permutacij S_6 je relacija R definirana s predpisom

$$\alpha R \beta \quad \text{natanko tedaj, ko} \quad \exists n \in \mathbb{Z} : \alpha * \beta^{-1} = \gamma^n.$$

- (a) Ugotovi, katerim lastnostim zadošča R : reflektivnost, simetričnost, antisimetričnost, tranzitivnost.
- (b) Ali je R ekvivalenčna? Če je, določi ekvivalenčni razred za permutacijo $\alpha = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)$.
- (c) Poišči tako permutacijo $\gamma \in S_6$, da bodo ekvivalenčni razredi za relacijo R (definirano s to permutacijo) imeli največje možno število elementov.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci in enostavnega kalkulatorja.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na matematika.fri.uni-lj.si. Lokacija in čas za morebitne pritožbe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.

2. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 6. februar 2007

1. Dan je trimestni izjavni veznik

$$\Psi(p, q, r) \sim p \vee q \Rightarrow \neg r.$$

(a) Kateri izmed naslednjih naborov so polni.

$$\{\Psi\}, \quad \{\Psi, 0\}, \quad \{\Psi, 1\}, \quad \{\Psi, \neg\}$$

(b) Izrazi implikacijo samo s pomočjo veznikov iz prvega izmed zgornjih naborov, ki je poln.

(c) Naj velja

$$P_0 \sim \Psi(p, 0, p), \quad P_n \sim \Psi(P_{n-1}, 0, P_{n-1}), \quad n \geq 1.$$

Izrađ"naj P_{2007} .

2. Rei enađ"o

$$2007^{2008^{2009^{\dots^{2017}}}} \equiv x \pmod{11}.$$

3. Dana je diofantska enađ"a

$$7x + 5y + 18z = 36.$$

(a) Poidž" njeno splono reitev.

(b) Poidž" kakno reitev enađ"e v naravnih tevilih $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.
Koliko je takih reitev?

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 5 & 11 & 2 & 10 & 7 & 6 & 1 & 4 & 9 & 8 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 6 & 7 & 4 & 5 & 8 & 1 & 11 & 9 & 2 & 3 & 10 \end{pmatrix}.$$

(a) Zapii permutaciji α in β z disjunktnimi cikli ter dolođ" njuno parnost.

(b) Kakno ciklidž"o strukturo ima permutacija $\pi \in S_{11}$, ki rei enađ"o

$$\beta^{-1} * \pi^{14} * \beta = \alpha.$$

Poidž" vse mone ciklidž"e strukture za permutacijo π .

(c) Poidž" kakno reitev zgornje enađ"e.

(d) Pri kateri ciklidž"i strukturi dobimo najveđ" reitev?

đ"s reevanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci in enostavnega kalkulatorja.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na matematika.fri.uni-lj.si. Lokacija in đ"s za morebitne pritobe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.

1. izpit iz Diskretnih struktur

Ljubljana, 14. januar 2008

1. Ugotovi, ali je naslednji sklep pravilen ali napačen:

$$p \wedge \neg t \Rightarrow r, \quad (s \wedge \neg q) \Rightarrow t, \quad s \vee (\neg p \wedge q), \quad (q \Rightarrow p) \Rightarrow \neg t \quad \vDash \quad p \vee \neg q \Rightarrow r.$$

Zapiši dokaz ali poišči protiprimer.

2. Logični veznik A je definiran z $A(p, q, r) \sim q \wedge r \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$.

- (a) Ali lahko samo z veznikom A zapišemo implikacijo?
- (b) Kateri izmed naborov $\{A\}$, $\{A, 0\}$, $\{A, 1\}$ in $\{A, \neg\}$ so polni?
- (c) Zaporedje A_n je definirano z

$$\begin{aligned} A_1 &\sim 0 \\ A_2 &\sim p \\ A_n &\sim A(0, A_{n-1}, A_{n-2}) \end{aligned}$$

Izračunaj A_{2008} .

3. Poišči vse rešitve diofantske enačbe

$$21x + 15y = 207$$

Koliko je rešitev, pri katerih sta x in y nenegativni celi števili? Katere so?

4. Naj D označuje množico $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Opazujemo preslikave $f : D \rightarrow D$, ki zadoščajo pogojema

(P1) $f \circ f \neq f$.

(P2) Za vse $x \in D$ velja $(f^5)(x) = f(f(f(f(f(x)))))) = 6$.

- (a) Poišči zgled preslikave f , ki zadošča pogojema (P1) in (P2).
- (b) Pokaži, da za vse $x \in D$ velja $(f^{2008})(x) = 6$.
- (c) Ali je preslikava f injektivna?
- (d) Ali za preslikavo f velja enakost $f^4 = f^5$.
- (e) Ali (b), (c) in (d) veljajo za vsako preslikavo, ki zadošča (P1) in (P2)?

Odgovore dobro utemelji!

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci. Rezultati bodo dostopni na ucilnica.fri.uni-lj.si.

2. izpit iz Diskretnih struktur Ljubljana, 25. januar 2008

1. Določi tak logični izraz I , da bo izraz

$$((p \vee q) \Rightarrow I) \wedge ((p \uparrow q) \vee (r \vee I)) \wedge ((p \downarrow q) \Rightarrow I)$$

tavtologija.

2. Naj bo \mathbb{Z}_{100} kolobar ostankov pri deljenju s 100.

(a) Koliko je obrnljivih elementov v \mathbb{Z}_{100} ?

(b) Poišči obrat števila 51 v \mathbb{Z}_{100} .

(c) V kolobarju \mathbb{Z}_{100} reši sistem enačb

$$\begin{aligned}51x + 3y &= 1 \\4x + 11y &= 1.\end{aligned}$$

3. Naj bodo A, B, C dane množice. Kdaj je rešljiv sistem enačb

$$\begin{aligned}X \cap A &= B \\(X \cup C) \setminus A &= \emptyset\end{aligned}$$

Če je sistem rešljiv, kakšna je njegova rešitev?

4. Za $n \geq 1$ definiramo preslikavo $\pi_n : \{1, 2, \dots, 3n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 3n\}$ s predpisom

$$\pi_n(x) = \begin{cases} 3n + 1 - x & , \text{ če je } x \text{ deljiv s } 3 \\ x + 1 & , \text{ sicer} \end{cases}$$

(a) Zapiši preslikave π_1, π_2 in π_3 .

(b) Pokaži, da je za vsak $n \geq 1$ preslikava π_n bijektivna (torej je π_n permutacija).

(c) Določi parnost permutacije π_n .

Odgovore dobro utemelji!

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci. Rezultati bodo dostopni na ucilnica.fri.uni-lj.si.

4. izpit iz Diskretnih struktur Ljubljana, 2. september 2008

1. Ugotovi, ali je naslednji sklep pravilen ali napačen:

$$u \Rightarrow \neg q \wedge t, \quad p \wedge t \Rightarrow \neg w, \quad w \vee \neg u \vee v \quad \models \quad p \vee q \Rightarrow \neg u \vee v.$$

Zapiši dokaz ali poišči protiprimer.

2. V kolobarju števil \mathbb{Z}_{24} reši sistem enačb

$$7x + 4y \equiv 17$$

$$4x + 6y \equiv 18$$

3. (a) Določi parnost permutacij

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 12 & 10 & 9 & 3 & 5 & 1 & 11 & 4 & 8 & 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

in

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 12 & 11 & 10 & 4 & 1 & 5 & 3 & 6 & 9 & 7 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

(b) Kakšno ciklično strukturo ima permutacija π , ki reši enačbo

$$\alpha\pi^{10} = \beta$$

(c) Poišči kakšno rešitev zgornje enačbe.

4. Naj bosta A in B dani množici. Kdaj je rešljiv sistem

$$B \cap X = A \setminus B$$

$$X \setminus B = A \cap X$$

Če je sistem rešljiv, opiši množice X , ki rešijo sistem.

Odgovore dobro utemelji!

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci. Rezultati bodo dostopni na ucilnica.fri.uni-lj.si.

Izpit iz Diskretnih struktur

Ljubljana, 12. februar 2009

1. Ugotovi, ali je naslednji sklep pravilen ali napačen:

$$t \uparrow w, \quad r \vee w \vee q, \quad p \Rightarrow u \vee \neg r, \quad t \vee r, \quad u \Rightarrow q \quad \models p \Rightarrow q.$$

Zapiši dokaz ali poišči protiprimer.

2. 128 študentov rešuje tri naloge, vsak študent reši vsaj eno nalogo. Vsak par nalog pravilno reši dvakrat toliko študentov kot vse tri naloge. Drugo nalogo reši dvakrat toliko, tretjo pa trikrat toliko študentov kot prvo nalogo. Samo po eno nalogo reši trikrat toliko študentov, kot jih reši vsaj dve nalogi. Koliko študentov reši prvo nalogo?

3. Na množici števil $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ sta podani relaciji

$$aRb \Leftrightarrow a \neq b \text{ in } \text{GCD}(a - b, 8) = 1$$

in

$$S = R \cup id.$$

(a) Ali je relacija S refleksivna? Ali je S simetrična? Ali je S tranzitivna?

(b) Kaj je S^{2009} ?

(c) Kaj je tranzitivna ovojnica S^* relacije S ?

4. Naj bo dana permutacija $\gamma = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8)$. Na množici permutacij osmih elementov je definirana relacija

$$\alpha R \beta \Leftrightarrow \exists k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} : \alpha * \gamma^k = \beta.$$

(a) Pokažite, da je R ekvivalenčna relacija.

(b) Določite vse možne ciklične strukture permutacij iz ekvivalenčnega razreda permutacije γ .

(c) Naj bo $\alpha = (1\ 2)(3\ 4)(5\ 6)(7\ 8)$ in $\beta = (2\ 6\ 3\ 5)(7\ 8)$. Poiščite kakšen γ , ki reši enačbo $\alpha * \gamma^{2008} = \beta$ in ima vsaj en cikel dolžine vsaj 4.

5. Računamo v kolobarju ostankov \mathbb{Z}_{18} .

(a) Poišči vse obrnljive elemente v \mathbb{Z}_{18} .

(b) Izračunaj vse njihove inverze.

(c) Poišči vse rešitve spodnjega sistema enačb:

$$8x + 12y = 16,$$

$$11x - 4y = 6.$$

Odgovore dobro utemelji!

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega A4 lista z obrazci. Rezultati bodo dostopni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Izpit iz Diskretnih struktur

Ljubljana, 16. september 2009

1. Nekega čudovitega leta so na Evropskem prvenstvu v košarki v skupini F igrale reprezentance Avstrije, Belgije, Cipra, Češke, Danske in Estonije, od katerih so se le štiri uvrstile v nadaljnje tekmovanje. Če sta si nadaljnje tekme zagotovila Ciper in Estonija, potem si jih je tudi Danska. Če se je v nadaljnje tekmovanje uvrstil Ciper, potem se Avstrija ni uvrstila. Avstrija se je uvrstila v nadaljnje tekmovanje natanko tedaj, ko se je uvrstila tudi Belgija. Češki trener je napovedal napačno, ko je rekel, da če se bo naprej uvrstila Belgija, se bo tudi Danska.

Torej, katere od ekip so se uvrstile v nadaljnje tekmovanje? Utemelji odgovor!

2. Naj bosta A in B dani množici in naj bo X neznan množica. Ugotovi, kdaj je spodnji sistem enačb rešljiv in poišči vse njegove rešitve.

$$\begin{aligned}A \cap X &= B \setminus X \\ A \setminus X &= A \cap B\end{aligned}$$

3. Na množici $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ je podana relacija

$$(a, b) R (c, d) \iff a - c = b - d.$$

- (a) Pokaži, da je R ekvivalenčna relacija na $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
(b) Kaj je ekvivalenčni razred elementa $(16, 9)$? Kaj pa elementa $(9, 2009)$?
(c) Kaj je faktorska množica $(\mathbb{N} \times \mathbb{N})/R$?

4. V \mathbb{Z}_{24} reši sistem enačb

$$\begin{aligned}7x + 2y &= 3 \\ 3x + 4y &= 23\end{aligned}$$

Odgovore dobro utemelji!

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega A4 lista z obrazci. Rezultati bodo dostopni na ucilnica.fri.uni-lj.si.