

Osnove matematične analize: 3. popravni kolokvij

23. 8. 2018

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov velikost A4 z obrazci.

Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1	
2	
3	
4	
Σ	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

Ime in priimek _____

1. naloga (25 točk)

Podana je enačba

$$3a - 2ai = 5 + i.$$

a) (8 točk) Iz enačbe izrazite kompleksno število a in njegov zapis poenostavite.

b) (2 točki) Kompleksno število a zapišite v polarni obliki.

c) (15 točk) Poiščite vse rešitve spodnje kompleksne enačbe in jih narišite v kompleksni ravnini.

$$x^5 = a.$$

2. naloga (25 točk)

Zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je podano z rekurzivno formulo

$$a_{n+1} = \frac{7a_n - 6}{a_n}$$

in začetnim členom $a_0 = 3$.

a) (5 točk) Izračunajte vsaj prva dva člena zaporedja.

b) (13 točk) Pokažite, da je zaporedje monotono in omejeno. Poiščite njegovo spodnjo in zgornjo mejo.

c) (13 točk) Ali je zaporedje konvergentno? Če da, izračunajte njegovo limito.

3. naloga (25 točk)

Podani imamo funkciji $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$ in $g(x) = 2x - 1$.

a) (10 točk) Poiščite presečišča funkcij f in g . Namig: presečišča imajo lepe celoštevilске koordinate.

b) (15 točk) Kolikšna je ploščina območja, ki ga oklepata grafa funkcij f in g ? Narišite tudi skico tega območja.

4. naloga (25 točk)

Dana je funkcija dveh spremenljivk

$$f(x, y) = xy + \frac{1}{4}(x^4 + y^4 - 5).$$

a) (10 točk) Poiščite in klasificirajte stacionarne točke funkcije f .

b) (10 točk) Izračunajte smerni odvod funkcije v točki $(1, 1)$ v smeri vektorja $\vec{a} = (-1, 1)$. Ali v tej smeri vrednosti funkcije f naraščajo ali padajo?

c) (5 točk) V kateri smeri v točki $(1, 1)$ funkcijske vrednosti najhitreje naraščajo?