

3. popravni kolokvij iz Osnov matematične analize (Ljubljana, 1. september 2017)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. (a) Z uporabo polarne zapisa in de Moivreove formule izračunaj $(-\sqrt{3} + 3i)^7$.
(b) Poišči kompleksno število z , ki je rešitev enačbe $|z| + z = 2 + i$.
2. Rekurzivno zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je podano z začetnim členom $a_0 = 0$ ter z rekurzivno formulo

$$a_{n+1} = \frac{3a_n + 2}{5}.$$

- (a) Izračunaj a_1 in a_2 .
 - (b) Poišči kandidate za limito zaporedja a_n .
 - (c) Z indukcijo pokaži, da je zaporedje a_n omejeno navzgor z 1, nato pa še, da je zaporedje naraščajoče. Koliko je $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$?
3. Dani sta točki $A(1, -2)$ in $B(3, 3)$. Poišči tisto točko C na paraboli $y = x^2$, za katero je vsota kvadratov razdalj do točk A in B minimalna.
 4. Naj bo

$$f(x) = (x + 1)(x - 2)$$

in

$$g(x) = (x + 1)(x - 2)(x + 3)^2.$$

- (a) Določi vsa presečišča funkcij f in g .
- (b) Skiciraj grafa funkcij f in g .
- (c) Grafa funkcij f in g določata tri omejena območja v ravnini. Izračunaj skupno ploščino omejenih območij.

Vse odgovore dobro utemelji!