

Osnove matematične analize: prvi kolokvij

3. 12. 2018

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

a) (12 točk) Poišči vsa kompleksna števila, ki rešijo spodnjo enačbo.

$$z^2 - 4\bar{z} = 16.$$

b) (13 točk) Poišči vse rešitve enačbe

$$z^6 - 64 = 0$$

in jih nariši v kompleksni ravnini.

2. naloga (25 točk)

Zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je podano s predpisom

$$a_n = 1 - \frac{1}{3^n}.$$

a) (2 točki) Izračunaj a_0 , a_1 , a_2 in a_3 .

b) (10 točk) Pokaži, da je zaporedje monotono (naraščajoče ali padajoče).

c) (10 točk) Ali je zaporedje navzgor ali navzdol omejeno? Če je, dokaži.

d) (3 točke) Ali je zaporedje konvergentno? Zakaj oziroma zakaj ne? Če je, določi limito.

3. naloga (25 točk)

Podano imam funkcijo

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & x \leq 1, \\ 4x^2 - 12x + 9, & x > 1. \end{cases}$$

a) (10 točk) Dokaži, da je zgornja funkcija zvezna.

b) (15 točk) Poišči največjo in najmanjšo vrednost, ki jo podana funkcija f zavzame na intervalu $[0, 2]$ ¹. V katerih točkah jo doseže?

¹Morda ti bo v pomoč enakost $e^{-1} \doteq 0.37$.

4. naloga (25 točk)

Podana je funkcija dveh spremenljivk

$$f(x, y) = x^3y + 1.$$

a) (5 točk) Določi gradient funkcije f v točki $T(1, 3)$.

b) (5 točk) Izračunaj smerni odvod funkcije f v točki $T(1, 3)$ v smeri vektorja $\vec{a} = (-\sqrt{2}, 0)$.

c) (5 točk) Ali pri majhnem odmiku iz točke T v smeri vektorja \vec{a} vrednosti funkcije naraščajo ali padajo? Zakaj?

d) (10 točk) Določi in skiciraj še nivojsko krivuljo $f(x, y) = c$ skozi točko $T(1, 3)$.