

Izpit iz Osnov matematične analize

10. september 2014

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

1. [20 točk] Kompleksna števila

(a) V kompleksni ravnini skicirajte območje

$$\mathcal{D} = \{z \in \mathbb{C}; 1 \leq |z| \leq 2, 0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{4}\}.$$

(b) V kompleksni ravnini skicirajte množico vseh kompleksnih števil z^3 , kjer je $z \in \mathcal{D}$.

(c) Zapišite število $-1 + i$ v polarnem zapisu

(d) Zapišite vsa kompleksna števila z , za katera je $z^3 = -1 + i$.

2. [20 točk] Zaporedja

(a) Kdaj je zaporedje navzgor omejeno?

(b) Število L je limita zaporedja (a_n) , če _____
_____.

(c) Ali je vsako navzgor omejeno zaporedje konvergentno? Če da, utemeljite. Če ne, napišite protiprimer.

Ali je vsako konvergentno zaporedje navzgor omejeno? Če da, utemeljite. Če ne, napišite protiprimer.

(d) Če je a_n konvergentno zaporedje, ali je vrsta $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergentno? Če da, utemeljite. Če ne, napišite protiprimer.

Če je vrsta $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergentna, ali je zaporedje a_n konvergentno? Če da, utemeljite. Če ne, napišite protiprimer.

3. [20 točk] Funkcije dveh spremenljivk

(a) Kaj je nivojska krivulja funkcije $f(x, y)$?

(b) Kaj je gradient funkcije dveh spremenljivk $f(x, y)$?

(c) Zapišite definicijo smernega odvoda $f_{\mathbf{v}}(x, y)$ funkcije f v točki $(1, 1)$ v smeri enotskega vektorja \mathbf{v} .

(d) Zapišite, kako se parcialna odvoda f_x in f_y izražata s smernim odvodom $f_{\mathbf{v}}$.

4. [20 točk] **Odvodi**

(a) Kakšna je zveza med enačbo tangente na graf funkcije v dani točki in odvodom funkcije v tej točki?

(b) Kako izračunamo približek funkcije f v točki $x_0 + h$ z diferencialom?

(c) Izračunajte približno vrednost $\sqrt{399}$ s pomočjo diferenciala.

- (d) Skicirajte graf kakšne funkcije $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, ki ima v točki 1 lokalni in globalni maksimum.

Skicirajte graf kakšne funkcije $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, ki ima v točki 1 stacionarno točko, ki ni globalni maksimum.

Skicirajte graf kakšne funkcije $h : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, ki ima globalni maksimum, ne pa stacionarne točke.

5. [20 točk] Nedoločeni in določeni integral

- (a) Nedoločeni integral funkcije f je _____
_____.

- (b) Če je $a < b < c$, potem je

$$\int_a^b f(u) du - \int_c^b f(t) dt = \underline{\hspace{10cm}}$$

- (c) Kaj je povprečna vrednost funkcije f na intervalu $[a, b]$?

- (d) Naj bo f liha funkcija, za katero velja $\int_0^1 f(x) dx = 3$ in g soda funkcija, za katero velja $\int_0^1 g(x) dx = 2$. Potem je

$$\int_{-1}^1 (f(x) - 2g(x)) dx = \underline{\hspace{10cm}}.$$