

1. popravni kolokvij iz Osnov matematične analize

(Ljubljana, 22. 1. 2014)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. S popolno indukcijo dokažite, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja neenakost:

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 + \dots + n \cdot 4^n > \frac{(3n-1)4^{n+1}}{9}.$$

2. Ali katera od spodnjih vrst konvergira? Zakaj oziroma zakaj ne? Če vrsta konvergira, jo tudi seštejte.

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 4^n}{3^{2n}}, \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^{2n}}{4^n}.$$

3. Naj bosta a in b števili z intervala $[0, 7]$, katerih vsota je enaka 6. Določite števili a in b tako, da bo:

(a) vrednost $a^2 + 2b^2$ največja;

(b) vrednost $a^2 + 2b^2$ najmanjša.

4. Poišči tisto rešitev linearne diferencialne enačbe

$$(4 + x^2)y' + yx = 2x,$$

ki ima za začetni pogoj

$$y(0) = 1.$$

Vse odgovore dobro utemelji!

1. popravni kolokvij iz Osnov matematične analize

(Ljubljana, 22. 1. 2014)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na ucilnica.fri.uni-lj.si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. S popolno indukcijo dokažite, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja neenakost:

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 + \dots + n \cdot 4^n > \frac{(3n-1)4^{n+1}}{9}.$$

2. Ali katera od spodnjih vrst konvergira? Zakaj oziroma zakaj ne? Če vrsta konvergira, jo tudi seštejte.

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 4^n}{3^{2n}}, \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^{2n}}{4^n}.$$

3. Naj bosta a in b števili z intervala $[0, 7]$, katerih vsota je enaka 6. Določite števili a in b tako, da bo:

(a) vrednost $a^2 + 2b^2$ največja;

(b) vrednost $a^2 + 2b^2$ najmanjša.

4. Poišči tisto rešitev linearne diferencialne enačbe

$$(4 + x^2)y' + yx = 2x,$$

ki ima za začetni pogoj

$$y(0) = 1.$$

Vse odgovore dobro utemelji!