

# Osnove matematične analize

## 1. izpit

26. avgust 2011 ob 14h

Vsaka naloga je vredna 25 točk. Za 100% morate pravilno rešiti vse naloge. Čas pisanja je 45 minut. Uporaba pripomočkov (razen pisala) ni dovoljena. Odgovore **čitljivo** napišite v prostor pod vprašanji. Če prostora zmanjka, uporabite pomožni A3 list, vendar dobro označite, kje je odgovor.

1. Zapišite definicijo zgornje meje  $M$  in natančne zgornje meje  $\sup A$  množice  $A \subset \mathbf{R}$ .

Za naslednje množice ugotovite, ali imajo natančno zgornjo mejo  $\sup A$ , in jo, če jo imajo, tudi poiščite.

(a)  $A = \left\{ \frac{n-1}{n+1}, n \in \mathbf{N} \right\}$

(b)  $A$  je definicijsko območje funkcije  $f(x) = \log(2x^2 - x)$

(c)  $A$  je zaloga vrednosti funkcije  $f(x) = \sin(x^2)$

2. (a) Kaj je polarni zapis kompleksnega števila  $z$ ? Zapišite števili  $z = -3$  in  $z = -i$  v polarnem zapisu.

(b) Zapišite pravilo za množenje kompleksnih števil v polarni obliki.

(c) Narišite območje  $D = \{z; \operatorname{Re}(z) \geq 0, \operatorname{Im}(z) \leq \operatorname{Re}(z)\}$  in ga opišite v polarnih koordinatah. V katero območje se preslika območjem  $D$ , če ga preslikamo s predpisom  $z \mapsto -iz$ ? Narišite šliko!

3. (a) Kdaj pravimo, da je točka  $a$  stacionarna točka funkcije  $f(x)$ ?

(b) Poiščite vse stacionarne točke funkcije  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ .

(c) Poiščite še stacionarne točke funkcije  $F(x) = \int_0^x \frac{t-1}{t^2+1} dt$ .

4. (a) Narišite območje, ki ga skupaj omejujejo krivulji  $y = e^x$ ,  $y = 4 - e^x$  in os  $y$ .

(b) Zapišite ploščino narisane območja v obliki določenega integrala.

(c) Ploščino izračunajte.