

## Izpit iz Matematike

### 12. februar 2013

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

#### 1. [20 točk] Vektorji

(a) Skalarni produkt vektorjev  $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  in  $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$  označimo z \_\_\_\_\_ in je enak \_\_\_\_\_.

(b) Kot med vektorjema  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  izračunamo kot \_\_\_\_\_.

(c) Določite tak  $\alpha$ , da bo vektor  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \alpha \end{bmatrix}$  pravokoten na vektor  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

(d) Izračunajte kot med vektorjema  $\vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  in  $\vec{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

2. [20 točk] Matrike

Naj bo  $A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  in  $a = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix}$ .

(a) Izračunajte tiste izraze, ki jih je mogoče izračunati:  $A + B$ ,  $A + B^T$ ,  $B + C$ ,  $B + C^T$ .

(b) Izračunajte tiste izraze, ki jih je mogoče izračunati:  $A \cdot B$ ,  $A \cdot B^T$ ,  $B \cdot C$ ,  $B \cdot C^T$ .

(c) Koliko rešitev ima sistem enačb  $Ax = a$ ?

(d) Izračunajte tisto determinanto, ki obstaja:  $\det(B)$ ,  $\det(C)$ ,  $\det(C \cdot B)$ .

3. [20 točk] Vrste

(a) Zapišite geometrijsko vrsto s kvocientom  $q$ .

(b) Za kakšne vrednosti  $q$  je vrsta konvergentna?

(c) Ali je vrsta  $\sum_{n=0}^{\infty} (0.98)^n$  konvergentna in zakaj? Če je, koliko je njena vsota?

(d) Ali je vrsta  $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$  konvergentna in zakaj? Če je, koliko je njena vsota?

#### 4. [40 točk] Funkcije

(a) Zapišite definicijo odvoda funkcije  $f$  v točki  $a$ .

(b) Kaj nam odvod  $f'$  pove o ekstremnih točkah funkcije  $f$ ?

(c) Če v neki točki  $a$  velja  $f'(a) = 0$  in  $f''(a) > 0$ , kakšna je točka  $a$ ?

(d) Ali je funkcija  $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$  soda? Ali je liha? Utemeljite.

(e) Za funkcijo  $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$  določite njen odvod.

(f) Določite stacionarne točke funkcije  $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$ .

(g) Določite stacionarne točke funkcije  $g(x) = \int_0^x f(t)dt = \int_0^x \frac{t^2}{1-t} dt$ .

(h) Izračunajte  $\int \frac{x}{1-x} dx$ .