

## Izpit iz Matematike

### 4. september 2013

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

#### 1. [20 točk] Vektorji

(a) Vektorski produkt vektorjev  $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  in  $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$  je enak \_\_\_\_\_.

Skalarni produkt vektorjev  $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  in  $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$  je enak \_\_\_\_\_.

(b) Obkrožite tiste izraze, ki jih je za  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$  mogoče izračunati:

- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$
- $\vec{a} \times (\vec{b} \cdot \vec{c})$
- $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$
- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$

(c) Kot med vektorjema  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  izračunamo kot \_\_\_\_\_.

(d) Določite tak  $\alpha$ , da bosta vektorja  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \alpha \end{bmatrix}$  in  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  oklepala kot  $90^\circ$ .

2. [20 točk] Matrike

(a) Naj bo matrika  $A$  velikosti  $3 \times 4$ ,  $B$   $4 \times 3$  in  $C$   $4 \times 4$ . Kateri od naslednjih produktov niso možni:  $A \cdot B$ ,  $A \cdot C$ ,  $B \cdot C$ ,  $B^2$ ?

(b) Kaj je rang matrike?

Naj bo  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ .

(c) Ali obstaja takšno število  $a$ , da bo rang matrike  $A$  enak 1? Če da, ga določite.

(d) Ali obstaja takšno število  $a$ , da bo rang matrike  $A$  enak 2? Če da, ga določite.

3. [15 točk] Kompleksna števila

(a) Kaj je polarni zapis kompleksnega števila  $z = x + iy$ ? Narišite sliko in napišite, kako se polarni koordinati izražata s kartezičnima.

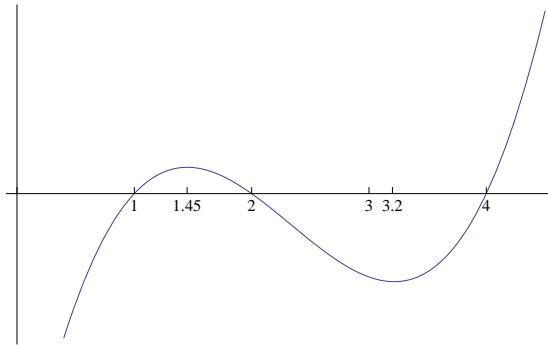
(b) V kompleksni ravnini narišite števili  $1 + i$  in  $\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}$ .

(c) Zapišite število  $1 + i$  v polarni obliki in  $\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}$  v kartezični obliki.

4. [25 točk] Odvod

- (a) Zapišite definicijo odvoda funkcije  $f$  v točki  $a$ .
- (b) Kaj nam odvod  $f'$  pove o naraščanju in padanju funkcije  $f$ ?

Za funkcijo  $f$  ima njen odvod  $f'$  naslednji graf:



- (c) Na katerih območjih znotraj intervala  $[0.5, 4.5]$  funkcija  $f$  pada? \_\_\_\_\_
- (d) V katerih točkah znotraj intervala  $[0.5, 4.5]$  ima funkcija  $f$  lokalne ekstreme? Za vsakega zapišite tudi, ali je lokalni maksimum ali minimum.
- (e) Na katerih območjih znotraj intervala  $[0.5, 4.5]$  je funkcija  $f$  konkavna? \_\_\_\_\_

5. [20 točk] Nedoločeni in določeni integral

(a) Nedoločeni integral funkcije  $f$  je \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

(b) Zapišite vsaj en nedoločeni integral funkcije  $x^{2013} \log x$ .

Za funkcijo  $f(x) = \int_0^x \frac{1-t^2}{\sqrt{t^4+1}} dt$

(c) zapišite njen odvod,

(d) zapišite enačbo tangente na graf v točki  $x = 0$ .