

1. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Določi vse matrike $X \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, za katere velja

$$AX - XB = 5A.$$

2. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

(a) Izračunaj A^{-1} .

(b) Poišči tako matriko X , da je $XA = A^T$.

3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Poišči matriko $X \in \mathbb{R}^{2,2}$, ki reši enačbo

$$AXA^T = A^T A.$$

4. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Reši matrično enačbo

$$AX + BX = B - I.$$

5. Dane so matrike

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Reši enačbo

$$XA + XB - C = I.$$

6. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Poišči matriko X , ki zadošča enačbi

$$A - X = XA.$$

7. Dana je matrika $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Reši matrično enačbo

$$AX + 2X = A + I$$

8. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Reši enačbo

$$AX(I + B) = B + A - I.$$

9. Določi vsa taka realna števila x , da bo matrika A obrnljiva.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2x & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4x & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6x \end{bmatrix}.$$

10. Določi vsa taka realna števila a , da bo matrika A obrnljiva.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & a & 0 \\ 1 & a & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Rešitve:

$$1. X = \begin{bmatrix} 11 & -4 \\ -9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$2. \text{ (a) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ (b) } X = A^T A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$3. X = A^{-1} A^T A (A^{-1})^T = \begin{bmatrix} 13 & -21 \\ -21 & 34 \end{bmatrix}$$

$$4. X = (A + B)^{-1} (B - I) = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & -3 \\ 7 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$5. X = (I + C)(A + B)^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$6. X = A(A + I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$7. X = (A + 2I)^{-1} (A + I) = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$8. X = A^{-1} (B + A - I) (I + B)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$9. x \neq 1 \text{ in } x \neq -1/2$$

$$10. a \neq 2 \text{ in } a \neq -1$$