

# Popravni kolokvij iz Matematike

(Ljubljana, 4. 2. 2015)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Zaporedje  $(a_n)$  ima splošni člen

$$a_n = 2^{-n}.$$

- (a) Izračunaj limito tega zaporedja,  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .
- (b) Od katerega indeksa  $n$  dalje ležijo vsi členi tega zaporedja v  $\varepsilon$ -okolici limite  $a$  za  $\varepsilon = \frac{1}{100}$ ?
- (c) Izračunaj vsoto geometrijske vrste

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n.$$

2. Dana je funkcija

$$f(x) = x^2 + 2x + 4.$$

- (a) Za katere vrednosti  $x$  je  $f(x) \leq 7$ ?
- (b) Poišči obe točki na krivulji  $y = f(x)$ , v katerih tangenti na krivuljo sekata  $x$ -os pod kotom  $45^\circ$ .  
*Namig:* Kolikšen je lahko smerni koeficient premice, ki seka  $x$ -os pod kotom  $45^\circ$ ?
- (c) Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji  $y = f(x)$  in  $y = 7$ .

3. V prostoru so dane so točke  $A(2, 1, 3)$ ,  $B(1, -1, 1)$  in  $C(3, 0, -1)$ .

- (a) Poišči enačbo premice  $p$  skozi točki  $A$  in  $C$ .
- (b) Poišči enačbo ravnine  $R$ , ki gre skozi točko  $B$  in je pravokotna na vektor  $\overrightarrow{AC}$ .
- (c) Poišči presečišče premice  $p$  in ravnine  $R$ .
- (d) Pokaži, da sta točki  $A$  in  $C$  zrcalni, glede na ravnino  $R$ .

4. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Izračunaj  $\det(A)$ , determinanto matrike  $A$ .
- (b) Poišči rešitev sistema  $A\vec{x} = \vec{b}$ , kjer je  $\vec{b} = [2, 2, 2]^T$ .

**Vse odgovore dobro utemelji!**