

# Popravni kolokvij iz Matematike

(Ljubljana, 6. 9. 2016)

Čas reševanja: 90 minut. Točkovanje: 25 + 30 + 20 + 25. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 s formulami.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. [25 točk] Zaporedje  $(a_n)$  ima splošni člen

$$a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + n}}.$$

- (a) Zapiši prve tri člene tega zaporedja;  $a_1$ ,  $a_2$  in  $a_3$ .
- (b) Poišči limito  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .
- (c) Od katerega člena  $a_n$  dalje, se vsi členi razlikujemo za manj kot  $\varepsilon = \frac{1}{10}$  od limite  $a$ ?

2. [30 točk] Funkcija  $f$  je dana s predpisom  $f(x) = x^2 \log(x)$ .

- (a) Določi definicijsko območje funkcije  $f$ .
- (b) Izračunaj  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  (*Namig*: pomagaj si z L'Hospitalovim pravilom).
- (c) Poišči enačbo tangente na graf funkcije  $y = f(x)$  v točki  $(1, 0)$ .
- (d) Določi lokalne ekstreme funkcije  $f$ .

3. [20 točk] Izračunaj prostornino vrtenine, ki jo dobiš, če graf funkcije

$$g(x) = \sqrt{2 - x^2} - x$$

zavrtiš okoli  $x$ -osi na intervalu, kjer je funkcija definirana.

4. [25 točk] Dan je sistem linearnih enačb:

$$\begin{aligned} x_2 + 3x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= 3 \\ 3x_1 + 8x_2 + ax_3 &= 11 \end{aligned}$$

- (a) Poišči vrednost parametra  $a$ , za katero ima sistem neskončno rešitev.
- (b) Naj bo  $a = 2$ . Poišči vse rešitve sistema.

**Vse odgovore dobro utemelji!**