

Popravni kolokvij iz Matematike

(Ljubljana, 26. 1. 2016)

Čas reševanja: 90 minut. Točkovanje: 20 + 30 + 30 + 20. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. [20 točk] Zaporedje (a_n) ima splošni člen

$$a_n = \frac{n^2 - 1}{1 - 4n^2}.$$

(a) Izračunaj limito tega zaporedja, $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

(b) Od katerega indeksa n dalje so vsi členi tega zaporedja za manj kot $\frac{1}{64}$ oddaljeni od limite a ?

2. [30 točk] Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = \frac{1}{x}(x^2 + 4x - 3).$$

(a) Za katere vrednosti x je $f(x) \leq 2$?

(b) Poišči tangento na krivuljo v točki $x = 1$.

(c) Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji $y = f(x)$, $y = 2$ in $x = 2$.

3. [30 točk] V prostoru so dane so točke $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 1, 1)$ in $C(0, 3, -1)$.

(a) Poišči enačbo premice p skozi točki A in C .

(b) Poišči enačbo ravnine R , ki gre skozi točko B in je pravokotna na vektor \overrightarrow{AC} .

(c) Poišči presečišče premice p in ravnine R .

(d) Pokaži, da sta točki A in C zrcalni, glede na ravnino R .

4. [20 točk] Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ in vektor } \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(a) Izračunaj produkt AB .

(b) Poišči rešitev sistema $A\vec{x} = \vec{b}$.

Vse odgovore dobro utemelji!