

# 1. kolokvij iz Matematike

(Ljubljana, 2. 12. 2015)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na [ucilnica.fri.uni-lj.si](http://ucilnica.fri.uni-lj.si).

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Dani sta kompleksni števili  $a = 1 + i$  in  $b = -1 + i$ .

(a) Zapiši števili  $a$  in  $b$  v polarni obliki, tj. obliki  $re^{i\phi}$ .

(b) Izračunaj  $\left(\frac{a}{b}\right)^{2015}$ .

2. Zaporedje  $(a_n)$  je dano s predpisom

$$a_n = \frac{2^{n+1}}{1 + 2^n}.$$

(a) Izračunaj limito  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

(b) Pokaži, da je zaporedje  $(a_n)$  naraščajoče.

3. Funkcija  $f$  ima predpis  $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$ .

(a) Določi definicijsko območje  $D_f$  funkcije  $f$ .

(b) Poišči odvod  $f'$  funkcije  $f$ .

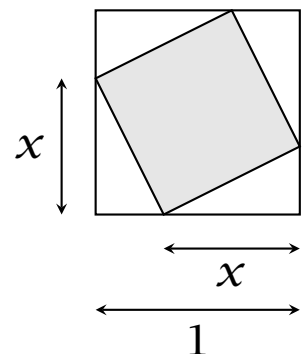
(c) Poišči enačbo tangente na graf  $f$  skozi točko  $(\sqrt{3}, f(\sqrt{3}))$ .

4. Kvadratu s stranico dolžine 1 včrtamo manjši kvadrat, katerega oglišča ležijo na stranicah prvega kvadrata. Kolikšna je najmanjša možna ploščina včrtanega kvadrata?

(a) Zapiši predpis za funkcijo  $p(x)$ , ki podaja ploščino včrtanega kvadrata.

(b) Na katerem zaprtem intervalu lahko leži  $x$ ?

(c) Poišči najmanjšo vrednost funkcije  $p(x)$  na tem intervalu.



**Vse odgovore dobro utemelji!**