

1. kolokvij iz Matematike

(Ljubljana, 4. 12. 2014)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na učilnica.fri.uni-lj.si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Poišči vsa kompleksna števila z , ki rešijo enačbo

$$z^2 + iz = -\bar{z} + i \operatorname{Re}(z).$$

Vsako od rešitev zapiši v obliki $x + iy$ in v polarni obliki $re^{i\phi}$.

2. Zaporedje (a_n) ima splošni člen

$$a_n = \frac{4n^2 + 6}{25n^2}.$$

(a) Izračunaj limito tega zaporedja, $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

(b) Od katerega indeksa n dalje, ležijo vsi členi tega zaporedja v ε -okolici limite a za $\varepsilon = \frac{1}{100}$?

3. Za funkcijo

$$f(x) = x^2 + 2x + 4$$

(a) poišči tangento na graf v točki $T(1, f(1))$,

(b) poišči obe tangenti na graf, ki gresta skozi koordinatno izhodišče $(0, 0)$.

4. Naj bo f realna funkcija s predpisom

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x^2 + 3}.$$

(a) Določi definicijsko območje funkcije f .

(b) Poišči njen odvod f' .

(c) Poišči stacionarne točke f . Katera od teh je lokalni maksimum?

(d) Ali f v lokalnem maksimumu zavzame svojo največjo vrednost? (Utemelji!) Kolikšna je ta vrednost?

Vse odgovore dobro utemelji!