

1. Zaporedje je dano s predpisom

$$a_n = \frac{2n-1}{n+3}.$$

- (a) Izračunaj nekaj členov in nariši graf zaporedja. Pomagaj si z grafom funkcije $y = \frac{2x-1}{x+3}$.
- (b) Ali je zaporedje naraščajoče, padajoče? Prepričaj se z računom.
- (c) Prepričaj se, da je zaporedje konvergentno in izračunaj njegovo limito a . Od katerega n dalje ležijo vsi členi tega zaporedja znotraj intervala $(a - \frac{1}{4}, a + \frac{1}{4})$?

2. Zaporedje (a_n) je dano rekurzivno

$$a_0 = 3, a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}.$$

- (a) Preveri, da je zaporedje (a_n) padajoče in velja $a_n \geq 2$ za vsako naravno število n .
- (b) Koliko je $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$?

3. Izračunaj spodnje limite:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n-1}$, (d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^n}{2^n - 3^{n-1}}$
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 2}{1 - 2n^2}$, (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2^n + 2}}{2^n + 1}$
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$, (f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4^n + 4}}{2^n + 1}$

4. Naj bo (a_n) zaporedje $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$.

- (a) Poišči $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (b) S formulo izrazi N -to delno vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)},$$

tj. $S_N = a_1 + a_2 + \dots + a_N$. (Namig: Zapiši $\frac{1}{n(n+1)}$ kot vsoto parcialnih ulomkov.)

- (c) Seštej zgornjo vrsto; izračunaj limito delnih vsot $\lim_{N \rightarrow \infty} S_N = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$.

5. Izračunaj vsote naslednjih geometrijskih vrst:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{3^n}$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{3^{2n-1}}$

(d) $\frac{3}{2} + 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \dots$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3 \cdot 2^{3n-2}}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^{3n}$, za tiste $x \in \mathbb{R}$, za katere vrsta konvergira.