

1. Prevedi v polarno obliko, nato pa z uporabo Eulerjeve formule izračunaj

(a) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)^8$,

(b) $\left(1 + i\sqrt{3}\right)^{20}$,

(c) $(1 - i)^{20}$,

(d) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$.

2. Naj bo $v = 1 + i\sqrt{3}$ in $w = 1 - i$. V kompleksni ravnini \mathbb{C} opazujemo kvadrat z oglišči $1, 3, 3 + 2i$ in $1 + 2i$.

(a) V kaj se ta kvadrat preslika s transformacijo $z \mapsto vz + w$?

(b) V kaj se kvadrat preslika s transformacijo $z \mapsto v\bar{z} + w$ oz. $z \mapsto \overline{vz + w}$?

(c) Poišči kompleksno število t , da bo transformacija $z \mapsto tz$ zasukala kvadrat za kot $\pi/4$ okrog izhodišča $0 \in \mathbb{C}$.

(d) Poišči transformacijo $z \mapsto tz + u$, s katero se bo kvadrat zasukal za kot $\pi/4$ okrog svojega težišča.

3. Reši enačbo $z^4 + 4 = 0$, nato pa razstavi polinom $z^4 + 4$ na dva kvadratna faktorja z realnimi koeficienti.

4. Poišči naslednja števila:

(a) $\sqrt{1+i}$,

(b) $\sqrt[3]{-27 + 27i}$,

(c) $\sqrt[5]{-32i}$,

(d) $\sqrt[3]{-1 + i\sqrt{3}}$.

5. Zaporedje je dano s predpisom

$$a_n = \frac{2n - 1}{n + 3}.$$

(a) Izračunaj nekaj členov in nariši graf zaporedja. Pomagaj si z grafom funkcije $y = \frac{2x-1}{x+3}$.

(b) Ali je zaporedje naraščajoče, padajoče? Prepričaj se z računom.

(c) Pokaži, da je zaporedje navzgor in navzdol omejeno.

6. Zaporedje (a_n) je dano rekurzivno

$$a_0 = 3, a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}.$$

Preveri, da je zaporedje (a_n) padajoče in velja $a_n \geq 2$ za vsako naravno število n .