

Opis sprememb koncentracije CO₂ v atmosferi

Na observatoriju Mauna Loa na Havajih že leta spremljajo koncentracijo CO₂ v ozračju. Časovni potek koncentracije CO₂ matematično opišemo kot funkcijo koncentracije y v odvisnosti od časa $y = \text{CO}_2(t)$. Matematični model za spremembe je funkcija časa t , ki je odvisna tudi od parametrov $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_k]^T$:

$$\text{CO}_2(t) = F(\mathbf{p}, t) = F(p_1, p_2, \dots, p_k, t). \quad (1)$$

Želimo model, pri katerem imajo parametri p_i preprosto interpretacijo in pomagajo pri razumevanju pojava, ki ga opisujemo. Model, ki dobro opisuje spremembe CO₂ lahko sestavimo iz kvadratne funkcije, ki opisuje naraščanje in periodičnega dela, ki opiše letne oscilacije:

$$\text{CO}_2(t) = p_1 + p_2 t + p_3 t^2 + p_4 \sin(2\pi t) + p_5 \cos(2\pi t). \quad (2)$$

Naloga

Napiši Octave funkcijo, ki za dane podatke poišče parametre p_i linearnega modela

$$F(\mathbf{p}, t) = p_1 f_1(t) + p_2 f_2(t) + \dots + p_k f_k(t) \quad (3)$$

z linearno metodo najmanjših kvadratov. Poišči parametre matematičnega modela (2) za podatke iz observatorija *Mauna Loa*¹. Podatke in rezultate modela grafično predstavi in odgovori na naslednja vprašanja:

1. Kolikšno povprečno letno koncentracijo napove model za leto 2050?
2. Kolikšna je amplituda letnega nihanja koncentracije?
3. Kolikšen letni prirastek koncentracije napove model za leto 2050?

Podrobna navodila za Octave funkcijo

Napiši Octave funkcijo `parameters`, ki za dani linearni model $F(\mathbf{p}, t)$ izračuna optimalne parametre po metodi najmanjših kvadratov. Klic funkcije naj bo oblike

`p = parameters(x, y, model, k)`

pri čemer:

¹Podatki so na voljo na spletni strani. Uporabite lahko dnevna povprečja. Pazi na vrednosti -999, ki pomenijo, da podatka ni.

- je p stolpec parametrov modela,
- x in y sta stolpca vrednosti neodvisne in odvisne spremenljivke,
- `model` je kazalec na funkcijo (function handle), ki opisuje model. Klic `y = model(p, t)` vrne vrednost y , ki jo predvideva model s parametri p v točki t ,
- k je število parametrov v modelu.

Primer

Za aproksimacijo podatkov $\frac{x}{y} \begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 2 & 1 & 2 \end{array}$ s premico $y = a + bx$, bi uporabili

```
model = @(p,x) p(1)+p(2)*x;
p = parametri([1;2;3;4], [1;2;1;2], model, 2)
```

Testi

Datoteki s funkcijo `parameters` na konec dodaj še teste, s katerimi se boš prepričal v pravilnost delovanja svojega programa. Spodaj je primer enostavnega testa (pazi na presledke za %!):

```
%! test
%! model = @(p, x) p(1) + p(2)*x;
%! assert(parameters([0; 1], [1; 1], model, 2), [1; 0], eps)
```

Oddaja naloge

Na spletno učilnico oddaj naslednje:

1. datoteko **parameters.m**, ki naj vsebuje *komentarje* in `test(e)`,
2. datoteko (poročilo) **solution.pdf**, ki vsebuje izpeljavo rešitev in odgovore na vprašanja,

Za navdih si poglej vzorčni primer rešene naloge.

S kolegi se lahko posvetuješ in lahko tudi skupaj rešujete nalogo, vendar moraš program in poročilo izdelati sam. Uporabljaš lahko vse Octave funkcije, ki smo jih izdelali na vajah.