# Popravni kolokvij iz Linearne algebre
## (Ljubljana, 3. 7. 2017)

*Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega ali dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`.*

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Dana je ravnina $\Sigma$ na kateri ležijo točke $A(0,1,-1), B(1,2,0)$ in $C(2,2,-1)$.
   (a) Zapiši enačbo ravnine $\Sigma$.
   (b) Izračunaj razdaljo točke $T(1,1,1)$ od ravnine $\Sigma$.
   (c) Določi premico, ki gre skozi točko $T$ in je pravokotna na ravnino $\Sigma$.

2. Poišči **vse** tiste matrike $X = \mathbb{R}^{2\times 2}$, ki **hkrati** ustrezajo naslednjim pogojem:
   (a) $x_{22} = 2$,
   (b) komutirajo z matriko $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ in
   (c) $\det(X) = 8$.

3. Dana je matrika
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$
   (a) Poišči ortonormirani bazi podprostora $C(A)$ in $N(A)$.
   (b) Zapiši matriki pravokotnih projekcij na podprostora $C(A)$ in $N(A^\top)$.
   (c) Poišči pravokotni projekciji vektorja $[1,0,-1]$ na podprostora $C(A)$ in $N(A^\top)$.

4. Zaporedje $a_n$ je podano z rekurzivno zvezo
$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$$
   in začetnima členoma $a_0 = 0$ in $a_1 = 1$. Poišči eksplicitno formulo zaporedja $a_n$.
   (a) Rekurzivno formulo najprej napiši v matrični obliki
$$\begin{bmatrix} a_n \\ a_{n-1} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} a_{n-1} \\ a_{n-2} \end{bmatrix}.$$
   (b) Izračunaj lastne vrednosti in lastne vektorje matrike $A$.
   (c) Začetni vektor $\mathbf{x}_1 = [a_1, a_0]^\top = [1,0]^\top$ razvij po lastni bazi matrike $A$ in poišči splošno formulo za $a_n$.

**Vse odgovore dobro utemelji!**