

Iskanje presečišč dveh parametrično podanih krivulj

Imamo krivulji K in L v ravnini \mathbb{R}^2 . Poiskati želimo vse točke, v katerih se ti dve krivulji sekata. Naj bosta $\mathbf{p}(t)$ in $\mathbf{q}(t)$ pripadajoči parametrizaciji, prva na intervalu $I = [a, b]$, druga na intervalu $J = [c, d]$.

Presečišča poiščite z naslednjim postopkom:

1. Intervala I in J razdelite na podintervale dolžine h , kjer je $h > 0$ primerno majhen.
2. Krivulji K in L aproksimirajte z lomljenkama K' in L' , kjer so zaporedne točke na lomljenki ravno vrednosti parametrizacije v izbranih delilnih točkah intervala I oziroma J . Poiščite presečišča teh lomljenk.
3. Iz presečišč lomljenk izračunajte približka za vrednosti parametrov, pri katerih se K in L sekata. Ta približka uporabite kot začetni približek za Newtonovo iteracijo, da poiščete bolj natančne koordinate presečišč.

Za Newtonovo iteracijo boste potrebovali tudi odvode parametrizacij, $\dot{\mathbf{p}}$ in $\dot{\mathbf{q}}$.

Naloga

Napišite Octave/Matlab funkcijo, ki za dani krivulji K in L po zgornjem postopku poišče vsa presečišča krivulj. Narišite dve sliki: na prvi narišite lomljenki K', L' in jasno označite njuna presečišča, na drugi pa isto ponovite za krivulji K, L .

Podrobna navodila za Octave/Matlab funkcijo

Napišite Octave/Matlab funkcijo `presekKrivulj`, ki poišče presečišča P krivulj K, L z danima parametrizacijama. Klic funkcije naj bo oblike

```
[P,Q] = presekKrivulj(p, pdot, intp, q, qdot, intq, h)
```

pri čemer so:

- `p` (`q`) kazalec na funkcijo, ki opisuje prvo (drugo) ravninsko krivuljo,

- pdot (qdot) kazalec na funkcijo, ki opisuje odvod prve (druge) ravninske krivulje,
- intp (intq) interval, na katerem je parametrizirana prva (druga) ravninska krivulja,
- h dolžina podintervalov, na katere sta razdeljena intervala intp in intq (zadnji podinterval je lahko krajši),
- Q seznam presečišč lomljenk K' in L' .

Funkcija naj tudi izriše obe krivulji K, L in njuni presečišči na eni sliki, ter lomljenki K', L' in njuni presečišči na drugi sliki.

Primer

Za krivulji K in L , dani s parametrizacijami

$$t \mapsto \begin{bmatrix} t \\ \cos t \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad u \mapsto \begin{bmatrix} u \\ \sin u \end{bmatrix}$$

na intervalih $[-2\pi, 2\pi]$ in korakom $h = 0.1$, bi uporabili

```
p = @(t) [t; cos(t)];
pdot=@(t) [1; -sin(t)];
intp=[-2*pi, 2*pi];
q = @(u) [u; sin(u)];
qdot=@(u) [1; cos(u)];
intq=[-2*pi, 2*pi];
h=0.1
[P,Q] = presekKrivulj(p, pdot, intp, q, qdot, intq, h)
```

Testi

Datoteki s funkcijo `presekKrivulj` na konec dodajte še teste, s katerimi se boste prepričali v pravilnost delovanja svojega programa. Testi naj bodo narejeni za nekaj parov krivulj (K, L) .

Oddaja naloge

Na spletno učilnico oddajte naslednje:

1. Datoteko `presekKrivulj.m`, ki naj vsebuje komentarje in teste,

2. Datoteko (poročilo) **solution.pdf**, ki vsebuje izpeljavo rešitev in slike testov 3 parov krivulj (K, L),

S kolegi se lahko posvetujete in lahko tudi skupaj rešujete nalogo, vendar morate program in poročilo izdelati sami. Uporabljate lahko vse Octave/Matlab funkcije z vaj/predavanj.