



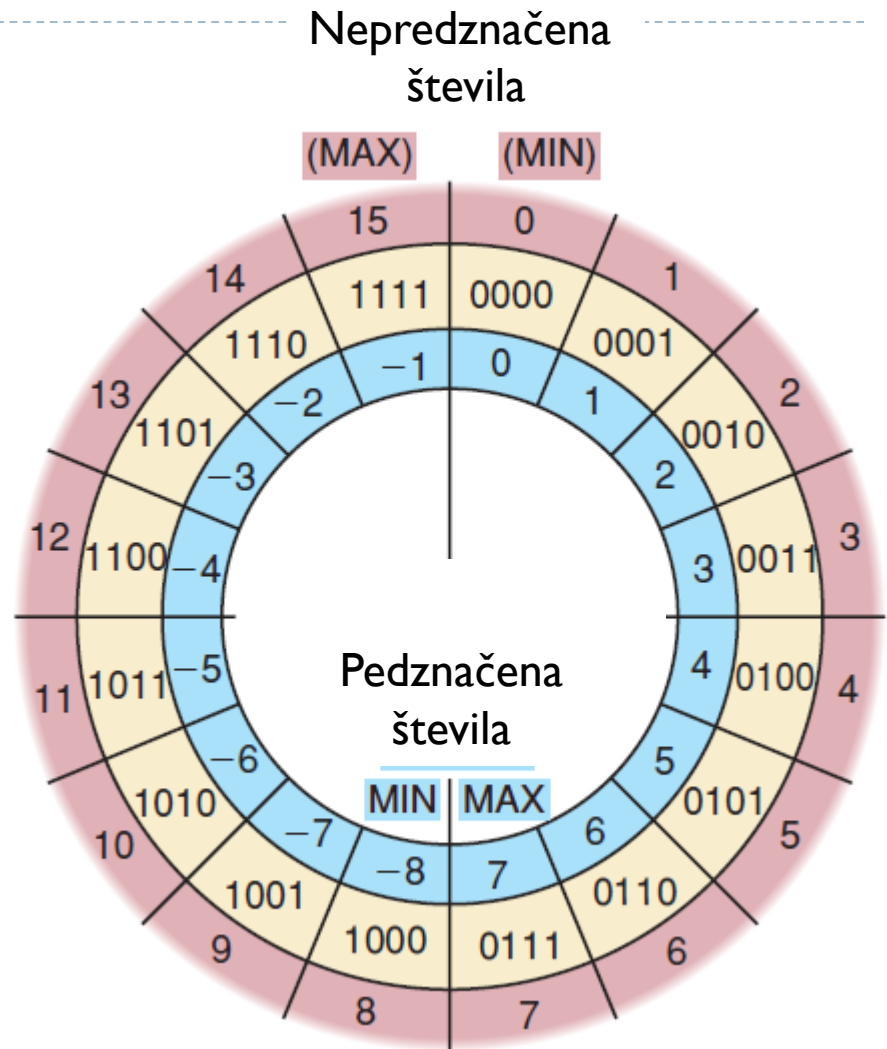
Digitalna vezja UL, FRI



Vaja 5 Aritmetična vezja

Dvojiško računanje

- ❑ Nepredznačena števila
- ❑ Predznačena števila
 - ❑ Seštevanje
 - ❑ Odštevanje
 - ❑ Zastavice
 - Prenos (C)
 - Sposodek (B)
 - Preliv (V)
- ❑ Seštevalniki
 - Polovični seštevalnik
 - Polni seštevalnik
 - n-bitni seštevalniki
 - n-bitni odštevalniki



Nepredznačena in predznačena števila

□ Zapis nepredznačeno število (vrednost)

(6)

0	1	1	0
---	---	---	---

(14)

1	1	1	0
---	---	---	---

□ Predznačena števila (predznak in vrednost)

0	0	1	0
---	---	---	---

Predznak – 0 (pozitivno število)

1	1	1	0
---	---	---	---

Predznak – 1 (negativno število)

□ Zapis števila v 2'Komplementu (2'K):

- X pretvorimo v zapis v eniškem komplementu - X': (1'K): $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$

- $Y = X' + 1$ (X' prištejemo 1)

- Zapis: 0010 - pozitivno število (2)

- Zapis: 1110 - negativno število: 1'K: $0001 + 1 = 0010$ (-2)

- (-5) : 0101 - negativno število: 1'K: $1010 + 1 = 1011$ (-5)

Nepredznačeno število	Dvojiški zapis	Predznačeno število
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	- 8
9	1001	- 7
10	1010	- 6
11	1011	- 5
12	1100	- 4
13	1101	- 3
14	1110	- 2
15	1111	- 1

Predznačeno število	Dvojiški zapis
+7	0111
+6	0110
+5	0100
+4	0100
+3	0011
+2	0010
+1	0001
0	0000
-1	1111
-2	1110
-3	1101
-4	1100
-5	1011
-6	1010
-7	1001
-8	1000

Seštevanje: C - prenos in V - preliv

- Določanje pravilnosti rezultata
 - Prenos (C - carry) – nepredznačena števila
 - Preliv (V - overflow) – predznačena števila
- Izvedba zastavic C in V v logičnem vezju:
 - C – izhod pri polnem seštevalniku
 - $V = 1$, če sta zadnja dva prenosa različna ($c_{n-1} \neq c_{n-2}$)

Splošno: $(+,+) \rightarrow (-)$ ali $(-,-) \rightarrow (+)$

Primer: Nepredznačeni števili

$$2 + 5 = 7$$

$$\begin{array}{r} 0010 \\ + 0101 \\ \hline 0000 - c_i \\ 0111 \\ C=0, V=0 \end{array}$$

Pravilno

Primer: Pozitivni predznačeni števili

$$3 + 6 = 9$$

$$\begin{array}{r} 0011 \\ + 0110 \\ \hline 0110 - c_i \\ 1001 \end{array}$$

Napačen rezultat

Preliv: $(+,+) \rightarrow (-)$, $V = 1$

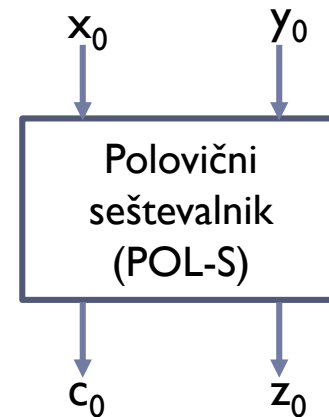
Seštevalniki

□ POLOVIČNI seštevalnik

- Vhoda: x_0, y_0
- Izhoda: z_0, c_0
- Funkciji za izračun izhodov:

$$z_0 = x_0 + y_0$$

$$c_0 = 1, \text{ če je } x_0 + y_0 = 2$$

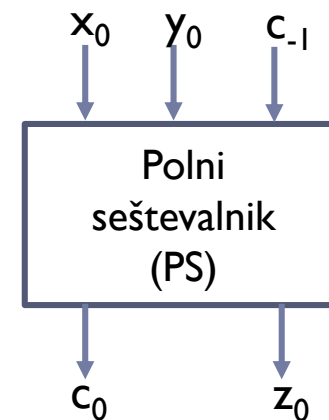


□ POLNI seštevalnik

- Vhodi: x_0, y_0, c_{-1}
- Izhoda: z_0, c_0
- Funkciji za izračun izhodov:

$$z_0 = x_0 + y_0 + c_{-1};$$

$$c_0 = 1, \text{ če je } x_0 + y_0 + c_{-1} \geq 2$$



Uporaba polnega seštevalnika (seštevanje in odštevanje)

4-bitni seštevalnik, zastavici C,V

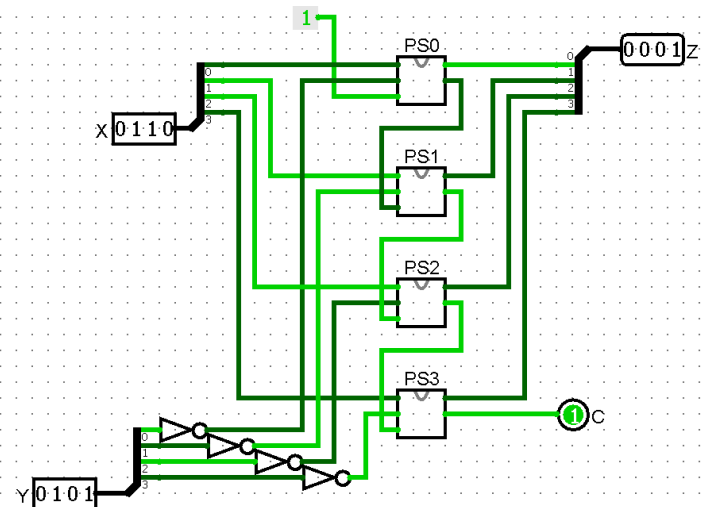
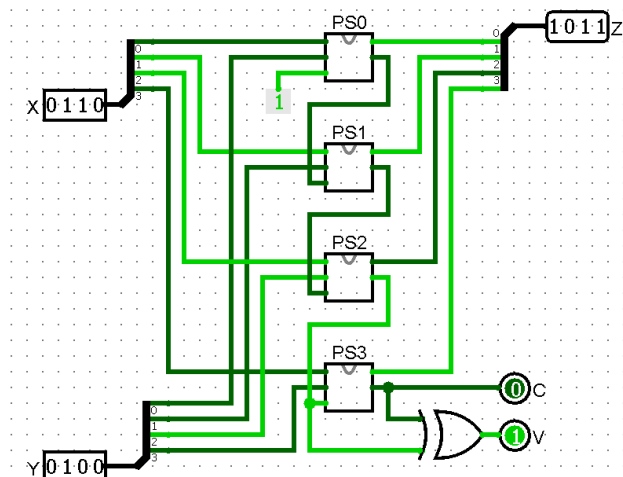
$$Z = X + Y + I \quad (I = 6 + 4 + 1)$$

		C	b ₃	b ₂	b ₁	b ₀	
X	6		0	1	1	0	
Y	+ 4		0	1	0	0	
	+ 1		1	0	0	1	c ₋₁
Z	11		1	0	1	1	

4-bitni odštevalnik, zastavica C

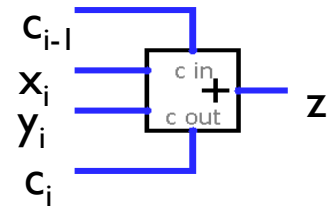
$$Z = X - Y = X + (-Y) \quad (I = 6 + (-5))$$

		C	b ₃	b ₂	b ₁	b ₀	
X			0	1	1	0	
X'			1	0	1	0	
+ I						1	c ₋₁
		1	1	1	0		
Z			0	0	0	1	



N1 Vezje za seštevanje in odštevanje (4-biti)

- Realizirajte logično vezje, ki izvede 4-bitno seštevanje $Z = X + Y$ in odštevanje $Z = X + (-Y)$. Za izbiro operacije uporabite signal Add/Sub. Vezje naj sestavljajo polni seštevavniki, na izhodu naj bodo zastavice za prenos (C), preliv (V) in predznak (N).
- Naloge:
 - Blok shema vezja: $X=(x_3, x_2, x_1, x_0)$, $Y=(y_3, y_2, y_1, y_0)$, $Z=(z_3, z_2, z_1, z_0)$.
 - Pravilnostna tabela za vhod y_i , če je vhod določen z dvojiškim komplementom.
 - Logično vezje preverite v logisimu tako, da uporabite 1-bitni polni seštevavnik in logična vrata AND, OR, NOT, XOR in 7-segmentni prikazovalnik iz prejšnje vaje.

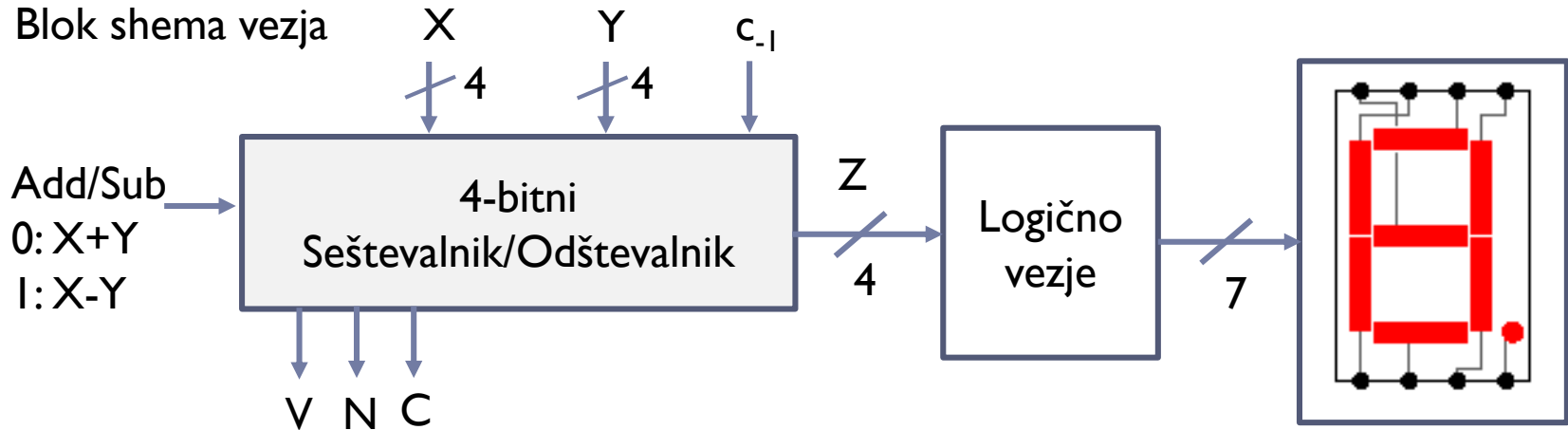


- Delovanje preverite za spodnje kombinacije seštevanja in odštevanja, če upoštevate, da so na vhodih X in Y predznačena števila ter v tabeli izpišite rezultate in zastavice N, C, V. Primeri seštevanja in odštevanja: 5+2, 6+5, 4-2, -5-4, 3-7.

$X+Y=Z$	X_2	Y_2	Z_2	N	V	C
---------	-------	-------	-------	---	---	---

N1 Rešitev

□ Blok shema vezja

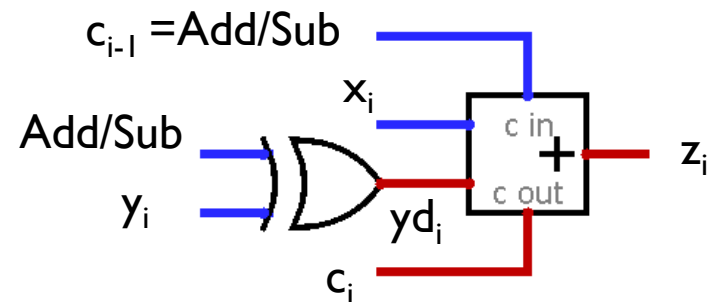


□ Pravilnostna tabela za i-ti vhod y_d , ker odštevanje realiziramo z negativnim številom na vhodu Y. Kako je določen bit 0 - kakšen je c_{-1} ?

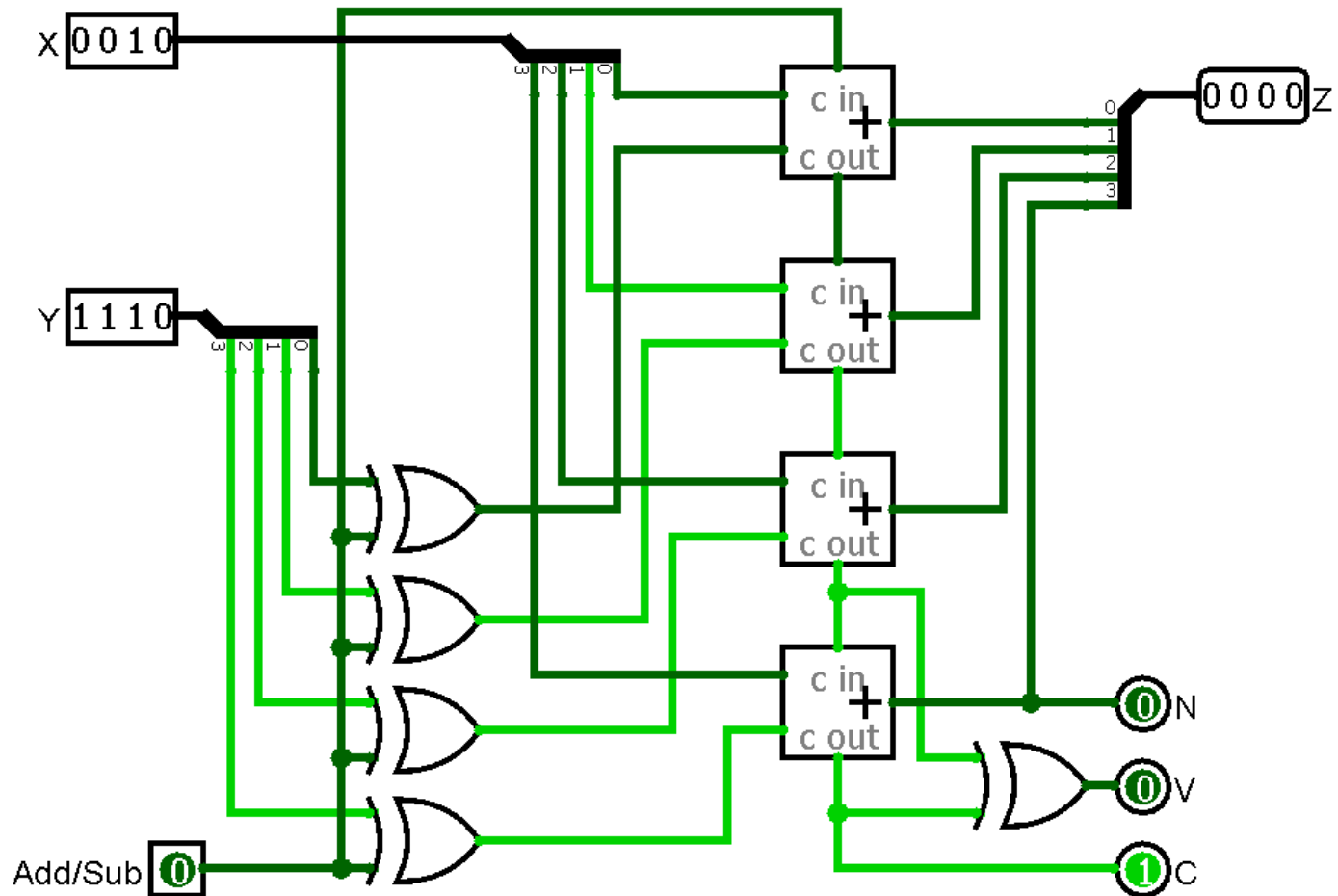
Add/ Sub	y_i	y_{d_i}	C_{-1}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	1

$$c_{-1} = \text{Add/Sub}$$

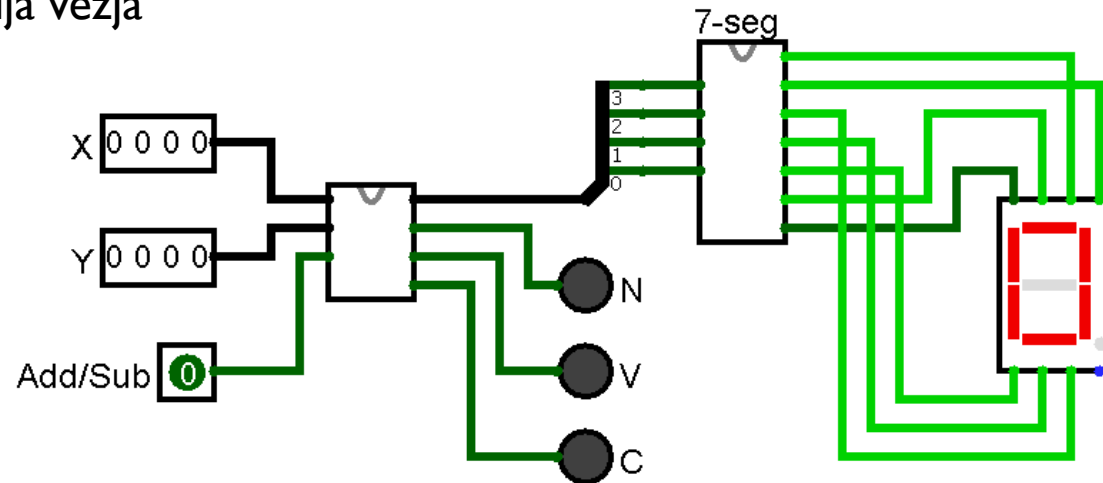
$$y_{d_i} = \text{Add/Sub} \oplus y_i$$



- Logisim – realizacija seštevanja in odštevanja s polnimi seštevalniki



Logisim – realizacija vezja

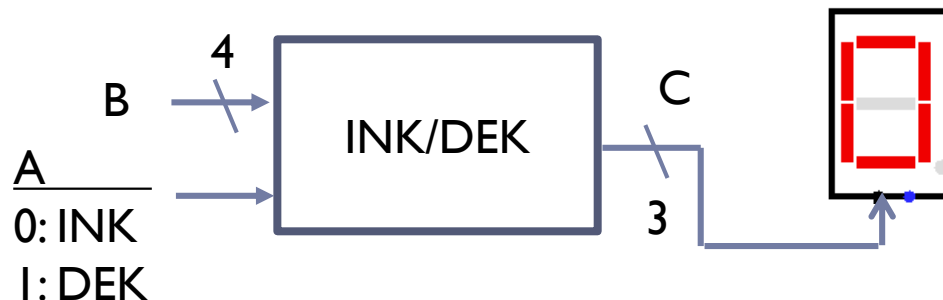


Rezultati seštevanja in odštevanja:

$X+Y=Z$	Add / Sub	X_2	Y_2	Z_2	N	V	C	Izhod Z
$5+2=7$	0	0101	0010	0111	0	0	0	Pravilen
$6+5=11$	0	0110	0101	1011	1	1	0	Napačen, $V=1$
$4-2=2$	1	0100	0010	0010	0	0	1	Pravilen
$-5-4=-9$	1	1011	0100	0111	0	1	1	Napačen, $V=1$
$3-7=-4$	1	0011	1001	1100	1	0	0	Pravilen

N2 Inkrementer in dekrementer

- ❑ Zgradimo digitalno vezje, ki ima dve funkciji:
 - povečevanje 3-bitnega dvojiškega števila B tako, da je rezultat število $C = B + 2$ (Inkrementer).
 - zmanjševanje 3-bitnega dvojiškega števila B tako, da je rezultat število $C = B - 2$ (Dekrementer).
- ❑ Vhodi so $B = (b_2, b_1, b_0)$, izhodi so $C = (c_2, c_1, c_0)$
- ❑ Naloge:
 - Pravilnostna tabela za izhodne funkcije c_2, c_1, c_0
 - Minimizirajte izhodne funkcije in jih zapišite z vrati XOR, XNOR
 - Narišite logično shemo
 - Realizirajte vezje v logisimu, uporabite vrata XOR in Hex Digit Display za prikaz rezultata.



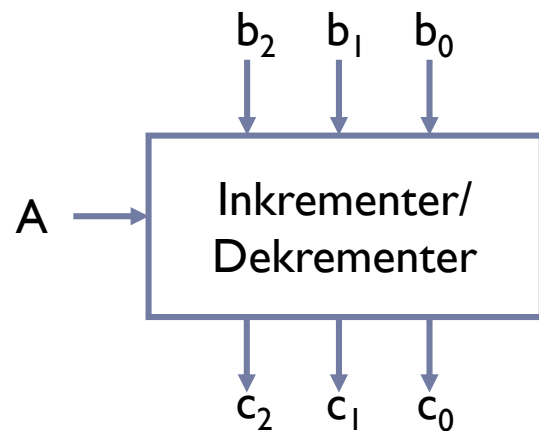
N2 Rešitev

- Zapišite logične funkcije za c_2, c_1, c_0 v pravilnostni tabeli in minimalni obliki.

- Krmiljenje:

$A=0$ – inkrement (+2)

$A=1$ – dekrement (-2)



A	b_2	b_1	b_0	c_2	c_1	c_0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1

□ Minimizacija

	$\overline{b_1} \ \overline{b_0}$	$\overline{b_1} b_0$	$b_1 b_0$	$b_1 \overline{b_0}$
$\overline{A} \ \overline{b_2}$			1	1
$\overline{A} b_2$	1	1		
$A b_2$			1	1
$A \overline{b_2}$	1	1		

$$\begin{aligned}
 c_2 &= \overline{A} \cdot \overline{b_2} \cdot b_1 \vee \overline{A} b_2 \overline{b_1} \vee \\
 &\quad A \cdot b_2 \cdot b_1 \vee A \cdot \overline{b_2} \cdot \overline{b_1} = \\
 &= \overline{A} \cdot (b_2 \oplus b_1) \vee A \cdot (\overline{b_2} \oplus \overline{b_1}) = \\
 &= A \oplus b_2 \oplus b_1
 \end{aligned}$$

	$\overline{b_1} \ \overline{b_0}$	$\overline{b_1} b_0$	$b_1 b_0$	$b_1 \overline{b_0}$
$\overline{A} \ \overline{b_2}$	1	1		
$\overline{A} b_2$	1	1		
$A b_2$	1	1		
$A \overline{b_2}$	1	1		

$$c_1 = \overline{b_1}$$

	$\overline{b_1} \ \overline{b_0}$	$\overline{b_1} b_0$	$b_1 b_0$	$b_1 \overline{b_0}$
$\overline{A} \ \overline{b_2}$		1	1	
$\overline{A} b_2$		1	1	
$A b_2$		1	1	
$A \overline{b_2}$		1	1	

$$c_0 = b_0$$

Logisim – realizacija vezja

