



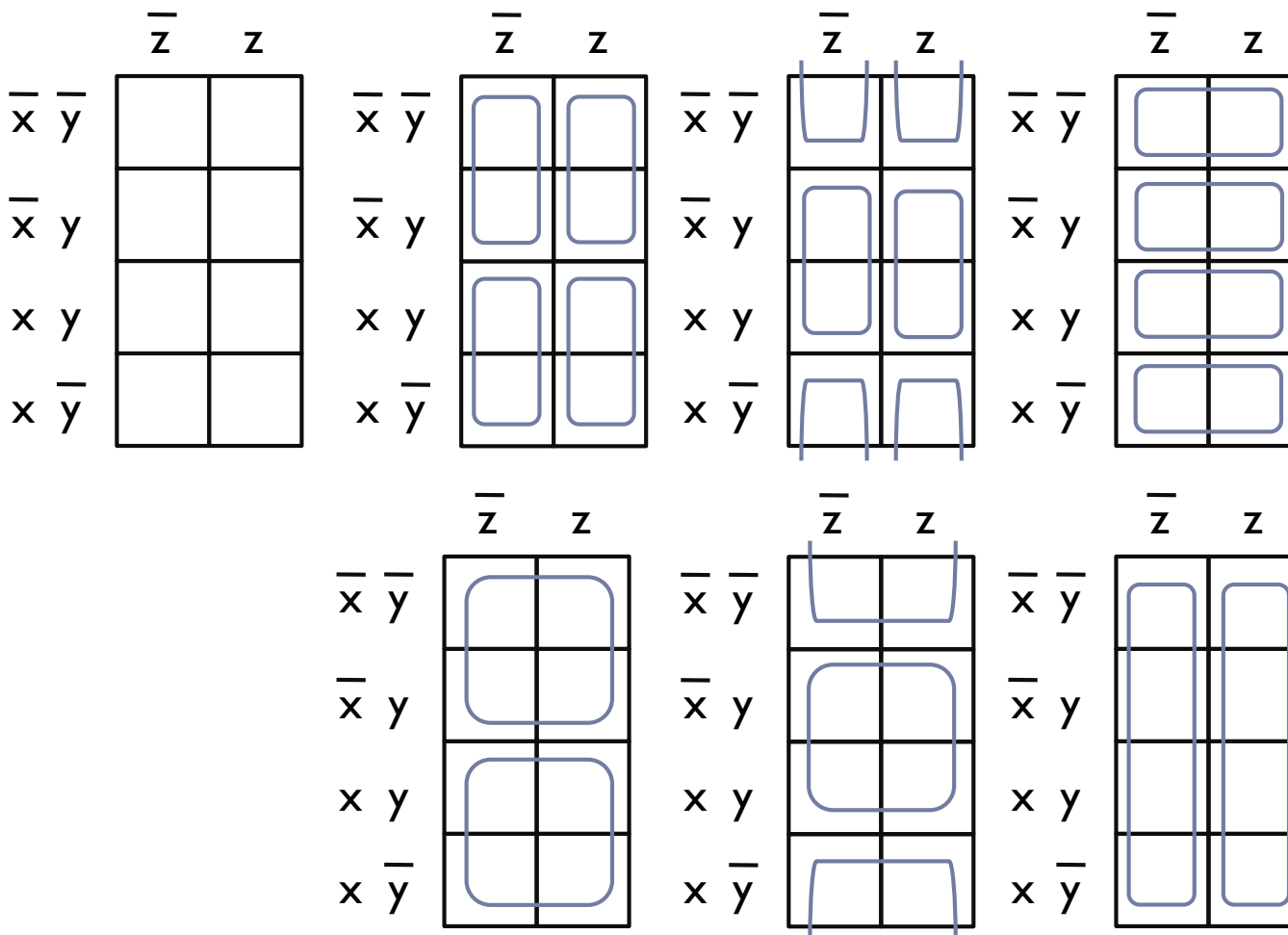
Digitalna vezja UL, FRI



Vaja 4 Minimizacija (Karnaughjev diagram)

Karnaughjev diagram (n=3)

□ Sosednost (k=3) – rezultat je konjunktivni izraz dveh spremenljivk



Karnaughjev diagram (n=4)

- Sosednost (k=4) – rezultat je konjunktivni izraz treh spremenljivk

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$				

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$				

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$				

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$				

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$				

Še druge
možnosti

- Sosednost ($k=3$) – rezultat je konjunktivni izraz dveh spremenljivk

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	■	■		
$\bar{A}B$	■	■		
AB				
$A\bar{B}$				

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	■			
$\bar{A}B$	■			
AB	■			
$A\bar{B}$	■			

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	■			■
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$	■			■

Še
druge
možnosti

- Sosednost ($k=2$) – rezultat je ena spremenljivka

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	■	■	■	■
$\bar{A}B$	■	■	■	■
AB				
$A\bar{B}$				

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	■	■		
$\bar{A}B$	■	■		
AB	■	■		
$A\bar{B}$	■	■		

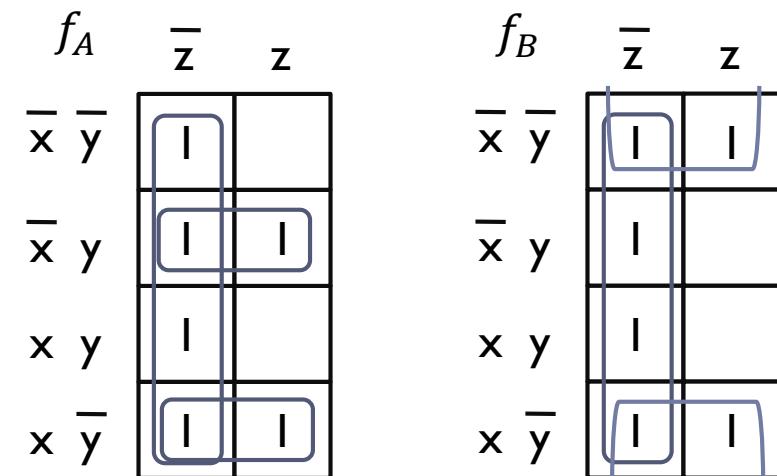
	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	■	■	■	■
$\bar{A}B$				
AB				
$A\bar{B}$	■	■	■	■

Še
druge
možnosti

Primer 1: Minimizacija logičnih funkcij

- ❑ V tabeli sta podani logični funkciji f_A in f_B .
- ❑ Zapišite minimalno obliko vsote produktov (MDNO – minimalna disjunktivna normalna oblika). Postopek vključuje:
 - združevanje funkcijskih vrednosti 1 po pravilu sosednosti v krajše konjunkcije tako, da je vsaka enica upoštevana vsaj enkrat, lahko je tudi večkrat.
 - Disjunktivna povezava konjunkcij, ki pokrivajo enice v Karnaughjevem diagramu.

i	x	y	z	f_A	f_B
0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	1	1
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	1	1
5	1	0	1	1	1
6	1	1	0	1	1
7	1	1	1	0	0



$$f_A = \bar{z} \vee \bar{x}.y \vee x.\bar{y}$$

$$f_B = \bar{z} \vee \bar{y}$$

Primer 2: Minimizacija logičnih funkcij

- V Karnaughjevem diagramu sta podani logični funkciji f_A in f_B .
- Zapišite minimalno obliko vsote produktov
- Preverite rešitev v logisimu, tako, da vpišete funkciji v tabelo in preverite minimalno obliko.

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1		1	1
$\bar{A}B$			1	1
AB				
$A\bar{B}$	1			1

$$f_A = \bar{B} \cdot \bar{D} \vee \bar{A} \cdot C$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$		1		
$\bar{A}B$	1	1		1
AB	1	1		1
$A\bar{B}$		1		

$$f_B = \bar{C} \cdot D \vee B \cdot \bar{D}$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$		1		
$\bar{A}B$	1	1		1
AB	1	1		1
$A\bar{B}$		1		

za f_B obstaja sosednost $B \cdot \bar{C}$ - konjunkcija ni potrebna, ker so vse 1 že upoštevane

Naloga Primerjalnik

□ Podane so zahteve za izvedbo dvo-bitnega primerjalnika števil, če so podani:

- Vhodi: $X=(x_1, x_0)$, $Y=(y_1, y_0)$

- Izhodi:

$p_1 = 0, p_0 = 0$, če je $X=Y$

$p_1 = 0, p_0 = 1$, če je $X < Y$

$p_1 = 1, p_0 = 0$, če je $X > Y$

□ Naloge:

1. Funkciji p_1 in p_0 zapišite v pravilnostno tabelo.
2. Minimizirajte funkciji p_1 in p_0
 1. MDNO (Minimalna Disjunktivna Normalna Oblika)
 2. MKNO (Minimalna Konjunktivna Normalna Oblika)
3. Določite MNO (Minimalno normalno obliko)



Naloga 2 Rešitev

i	x_1	x_0	y_1	y_0	P_1	P_0
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	1	0
5	0	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1
7	0	1	1	1	0	1
8	1	0	0	0	1	0
9	1	0	0	1	1	0
10	1	0	1	0	0	0
11	1	0	1	1	0	1
12	1	1	0	0	1	0
13	1	1	0	1	1	0
14	1	1	1	0	1	0
15	1	1	1	1	0	0

PDNO

$$p_1 = \bar{x}_1 \cdot x_0 \cdot \bar{y}_1 \cdot \bar{y}_0 \vee x_1 \cdot \bar{x}_0 \cdot \bar{y}_1 \cdot \bar{y}_0 \vee x_1 \cdot \bar{x}_0 \cdot \bar{y}_1 \cdot y_0 \vee \\ x_1 \cdot x_0 \cdot \bar{y}_1 \cdot \bar{y}_0 \vee x_1 \cdot x_0 \cdot \bar{y}_1 \cdot y_0 \vee x_1 \cdot x_0 \cdot y_1 \cdot \bar{y}_0$$

$$p_0 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0 \cdot \bar{y}_1 \cdot y_0 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0 \cdot y_1 \cdot \bar{y}_0 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0 \cdot y_1 \cdot y_0 \vee \\ \bar{x}_1 \cdot x_0 \cdot y_1 \cdot \bar{y}_0 \vee \bar{x}_1 \cdot x_0 \cdot y_1 \cdot y_0 \vee x_1 \cdot \bar{x}_0 \cdot y_1 \cdot y_0$$

p_1	$\overline{y_1} \overline{y_0}$	$\overline{y_1} y_0$	$y_1 y_0$	$y_1 \overline{y_0}$
$\overline{x_1} \overline{x_0}$				
$\overline{x_1} x_0$	1			
$x_1 x_0$	1	1		1
$x_1 \overline{x_0}$	1	1		

MDNO:

$$p_1 = x_1 \cdot \overline{y_1} \vee x_1 \cdot x_0 \cdot \overline{y_0} \vee x_0 \cdot \overline{y_1} \cdot \overline{y_0}$$

(4, 11)

p_0	$\overline{y_1} \overline{y_0}$	$\overline{y_1} y_0$	$y_1 y_0$	$y_1 \overline{y_0}$
$\overline{x_1} \overline{x_0}$		1	1	1
$\overline{x_1} x_0$			1	1
$x_1 x_0$				
$x_1 \overline{x_0}$			1	

MDNO:

$$p_0 = \overline{x_1} \cdot y_1 \vee \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} \cdot y_0 \vee \overline{x_0} \cdot y_1 \cdot y_0$$

(4, 11)

$\overline{p_1}$	$\overline{y_1} \overline{y_0}$	$\overline{y_1} y_0$	$y_1 y_0$	$y_1 \overline{y_0}$
$\overline{x_1} \overline{x_0}$	1	1	1	1
$\overline{x_1} x_0$		1	1	1
$x_1 x_0$			1	
$x_1 \overline{x_0}$			1	1

MDNO za $\overline{p_1}$:

$$\overline{p_1} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} \vee y_1 \cdot y_0 \vee \overline{x_1} \cdot y_0 \vee \overline{x_1} \cdot y_1 \vee \overline{x_0} \cdot y_1$$

(5, 15)

$\overline{p_0}$	$\overline{y_1} \overline{y_0}$	$\overline{y_1} y_0$	$y_1 y_0$	$y_1 \overline{y_0}$
$\overline{x_1} \overline{x_0}$	1			
$\overline{x_1} x_0$	1	1		
$x_1 x_0$	1	1	1	1
$x_1 \overline{x_0}$	1	1		1

MDNO za $\overline{p_1}$:

$$\overline{p_0} = \overline{y_1} \cdot \overline{y_0} \vee x_1 \cdot x_0 \vee x_0 \cdot \overline{y_1} \vee x_1 \cdot \overline{y_1} \vee x_1 \cdot \overline{y_0}$$

(5, 15)

Digitalno vezje za p_1 in p_0 : MDNO

