

Diskretne strukture: tretji izpit - računski del

24. marec 2022

Čas pisanja je **90 minut**.

Dovoljena je uporaba **1 lista A4 formata** s formulami.

Za pozitivno oceno je potrebno zbrati **vsaj 50 točk**.

Poskus prepisovanja, pogovarjanja, uporaba elektronskih pripomočkov so **strogo prepovedani**.

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Vpisna številka

| | |
|----------|----------------------|
| 1 | <input type="text"/> |
| 2 | <input type="text"/> |
| 3 | <input type="text"/> |
| 4 | <input type="text"/> |
| Σ | <input type="text"/> |

Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

Dokaži, da je naslednji sklep **pravilen**, tako da zapišeš formalen dokaz tega sklepa.

$$(\neg p \vee q) \Rightarrow r, \quad r \Rightarrow (s \vee t), \quad \neg s \wedge \neg u, \quad \neg u \Rightarrow \neg t \quad \models p$$

2. naloga (25 točk)

Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ definiramo relacijo R :

$$xRy \quad \text{natanko tedaj, ko} \quad x - y = 3k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

a) **(6 točk)** Nariši graf relacije R .

b) **(4 točke)** Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti relacije R .

c) **(15 točk)** Dokaži, da je R ekvivalenčna relacija.

3. naloga (25 točk)

Preslikavi $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ in $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ sta definirani s predpisoma

$$f(x, y) = x - y \quad \text{in} \quad g(x) = (x + 1, x - 3).$$

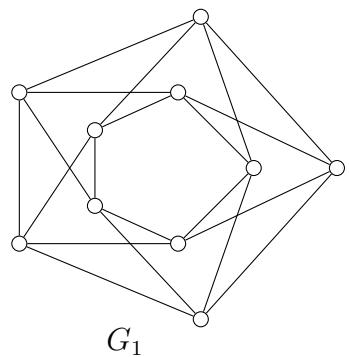
a) (5 točk) Poišči vsaj dve točki $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, za katere je $f(x, y) = -2$, in vse $x \in \mathbb{Z}$, za katere je $g(x) = (-2, -6)$.

b) (10 točk) Ali je f surjektivna? Ali je g injektivna? Odgovore utemelji.

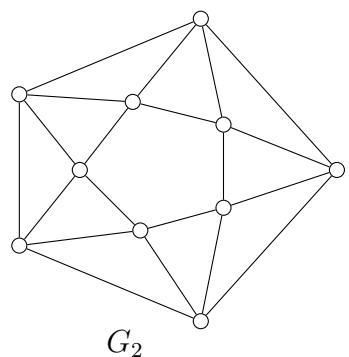
c) (10 točk) Zapiši predpisa za $f \circ g$ in $g \circ f$.

4. naloga (25 točk)

a) (10 točk) Določi kromatično število grafa G_1 . Ali je G_1 dvodelen? Zakaj (ne)?



b) (8 točk) Ali je graf G_2 Eulerjev? Če je, nariši Eulerjev obhod. Če ni, to utemelji.



c) (7 točk) Ali sta grafa G_1 in G_2 izomorfna? Če sta, opiši izomorfizem med grafoma. Če nista, to utemelji.