

Diskretne strukture VSP: poskusni kolokvij

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

Ime in priimek

Σ							

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Z uporabo matematične indukcije utemelji, da za vsako naravno število $n > 0$ velja:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4 \cdot 3^n}.$$

2. naloga (25 točk)

Naj bo \downarrow dvomestni veznik, definiran s predpisom $p \downarrow q \equiv \neg(p \vee q)$.

a) (10 točk) Preveri pravilnost spodnjega sklepa

$$\neg q, \quad \neg(p \downarrow q), \quad r \Rightarrow \neg p \quad \models \quad \neg r.$$

b) (10 točk) Ali je nabor $\{\downarrow\}$ poln nabor izjavnih veznikov? Če je odgovor da, to dokaži, sicer pa poišči protiprimer.

c) (5 točk) Z veznikom \downarrow izrazi implikacijo.

3. naloga (25 točk)

Ali sta izjavni formuli

$$\forall x(P(x) \Rightarrow (Q(x) \wedge R(x)))$$

in

$$\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \forall x(P(x) \Rightarrow R(x))$$

enakovredni? Utemelji.

4. naloga (25 točk)

- (3+3 točke) Razložite pojma potenčna množica in kartezični produkt množic.

- (6 točk) Razložite, kaj pomeni, da je kartezični produkt distributiven čez unijo? Dokažite eno od vsebovanosti.

- Naj bo A množica vseh 2-mestnih izjavnih veznikov.

- (6 točk) Napišite en element iz množice $\mathcal{P}(A \times \mathcal{P}(A))$, ki ni enak \emptyset ali $A \times \mathcal{P}(A)$.

- (7 točk) Koliko elementov ima množica $\mathcal{P}(A \times \mathcal{P}(A))$? Število napišite s formulo in ga ni potrebno izračunati.