1. Naj bo $\mathbf{a} = [1,1,1]^\mathsf{T} \in \mathbb{R}^3$. Katere od spodaj naštetih množic so in katere niso vektorski podprostori v $\mathbb{R}^3$? V vsakem od podprostorov poišči vsaj eno neprazno linearno neodvisno podmnožico vekltorjev!

   ☑ $U_1 = \{\mathbf{x} : \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = 0\}$,

   ☒ $U_2 = \{\mathbf{x} : \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = 1\}$,

   ☒ $U_3 = \{\mathbf{x} = [1, x_2, x_3]^\mathsf{T}\}$,

   ☑ $U_4 = \{\mathbf{x} = [x_1, x_2, 2x_1 - x_2]^\mathsf{T}\}$,

   ☑ $U_5 = \{\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^\mathsf{T} : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$,

   ☒ $U_6 = \{\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^\mathsf{T} : x_1 x_2 x_3 = 0\}$,

   ☑ $U_7 = \{\mathbf{x} : \mathbf{x} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}\}$.

2. Naj bo A $n \times m$ matrika.

   (a) Označimo z $N(A) \subseteq \mathbb{R}^m$ množico vseh rešitev linearnega sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$, tj. $N(A) := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m : A\mathbf{x} = \mathbf{0}\}$. Preveri, da je $N(A)$ vektorski podprostor v $\mathbb{R}^m$. Pravimo mu *ničelni prostor matrike A*.

   (b) Označimo s $C(A) \subseteq \mathbb{R}^n$ podmnožico vseh linearnih kombinacij stolpcev matrike A. Preveri, da je $C(A)$ vektorski podprostor v $\mathbb{R}^n$. Pravimo mu *stolpčni prostor matrike A*.

   (c) Konkretno naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

   Poišči 2 vektorja iz $\mathbb{R}^5$, da bo njuna linearna ogrinjača $N(A)$. Poišči 3 vektorje iz $\mathbb{R}^5$, da bo $C(A)$ njihova linearna ogrinjača.

Rešitev: ... le (c) del:

$$N(A) = \mathcal{L}(\{[1,0,0,0,-1]^\mathsf{T}, [0,1,0,-1,0]^\mathsf{T}\}),$$

$$C(A) = \mathcal{L}(\{[1,3,3,3,1]^\mathsf{T}, [3,1,3,1,3]^\mathsf{T}, [3,3,1,3,3]^\mathsf{T}\}).$$