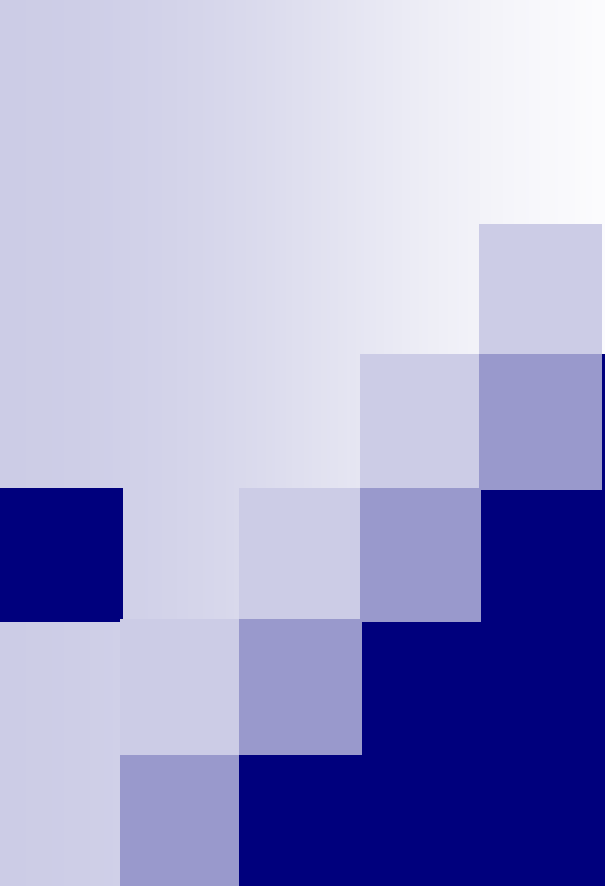




Vhodno-izhodne naprave (VIN)

Predavanja

5.,6. Električne povezave in odboji

Robert Rozman

rozman@fri.uni-lj.si

Vsebina

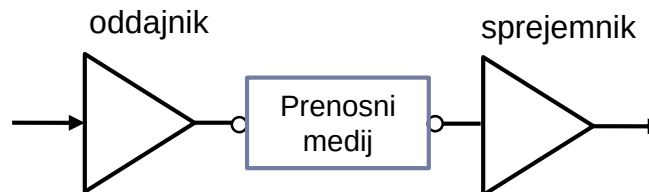
1. Prenosni mediji in lastnosti
2. Električna povezava - Asimetrični in simetrični prenos
3. Model linije, karakteristična impedanca (Z_0)
4. Odboji (ang. Reflection)
 1. Analiza odbojev
 2. Vpliv časa vzpona signala t_r na odboje
 3. Omejitev odbojev

Vir:

- AN-807 Reflections: Computations and Waveforms
https://www.ti.com/lit/an/snla027b/snla027b.pdf?ts=1616002929270&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.google.com%252F

5.1 Uvod

Prenosni medij



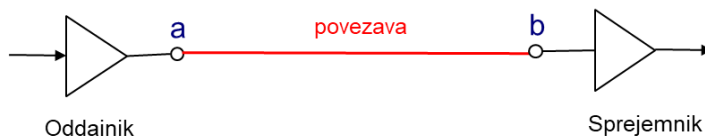
- ❑ Oddajnik zagotavlja vhodni signal, sprejemnik pa sprejme izhodni signal
- ❑ **Slabljenje signala – A [dB]** (angl. Attenuation)
 - ❑ nanaša se na zmanjšanje moči signala pri prenosu.
- ❑ **Pasovna širina – B [Hz]** (angl. Bandwith)
 - ❑ je v **računalništvu in računalniških komunikacijah** količina podatkov, ki se lahko prenesejo v določenem času.
- ❑ **Šum** (angl. Noise)
 - ❑ označuje motilne vplive, ki se pojavijo na prenosnem mediju oz. je neželen, dodan električni signal, ki poslabša kvaliteto signala.
- ❑ **Popačenje** (angl. Distortion)
 - ❑ na obliko signala vplivajo slabljenje (A), pasovna širina (B) in šum (N).
 - ❑ največja frekvenca f_{max} , ki jo je pri prenosu še smiselno upoštevati je
$$f_{max} = \frac{0,5}{t_r} \left[\frac{1}{s} \right], \text{ kjer je } t_r \text{ čas vzpona signala (ang. rise time)}$$
- ❑ **Karakteristična impedanca - Z_0 [Ω]** (angl. Characteristic Impedance)
- ❑ **Zakasnitev - δ [ns/m]** (angl. Delay)

5.2 Električna povezava

u_v napetost vira (angl. u_v)
 u_b napetost breme (angl. u_L)

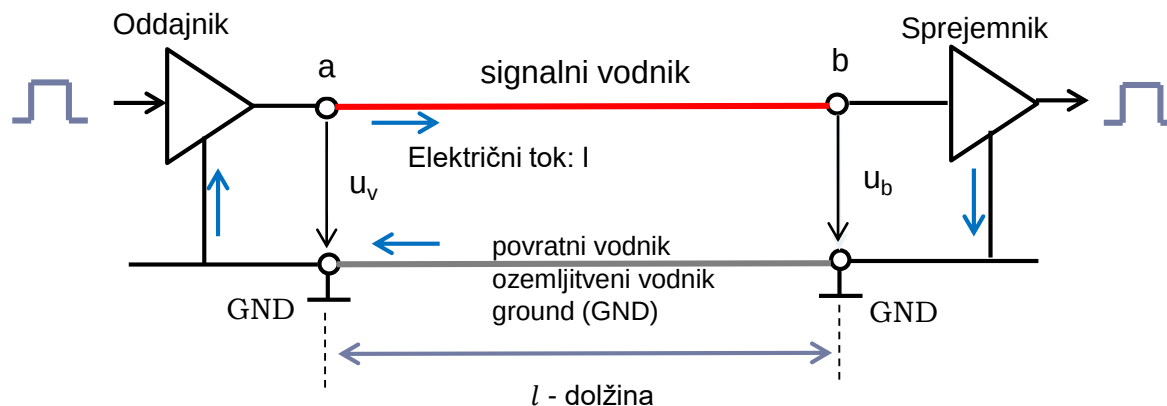
□ Digitalna vezja

- Logična predstavitev električne povezave.

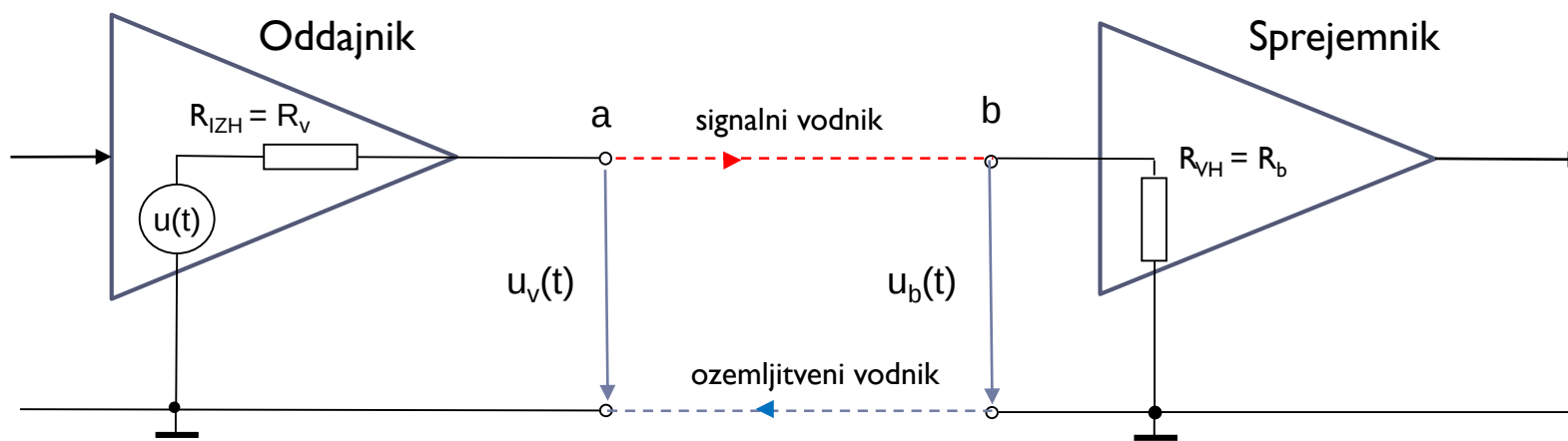


- Električna predstavitev električne povezave.

- Električni tok, ki je zato potreben, teče v zaključenem tokokrogu.
- Potrebna je povratna vezava.
- Stanji signala, 0 in 1 sta predstavljeni z napetostnima nivojema:
 - u_v (napetost vira) – na izhodu oddajnika oz na vhodu v povezavo (med točko a in ozemljitvijo)
 - u_b (napetost bremena) - na izhodu iz povezave oz na vhodu v sprejemnik (med točko b in ozemljitvijo)



- ❑ **Oddajnik:** generator napetosti $u(t)$ z notranjo upornostjo $R_{IZH} = R_v$ ki mora biti **čim nižja**, da gre čim večji del signala $u(t)$ na izhod oddajnika.
- ❑ **Sprejemnik:** vhodna upornost $R_{VH} = R_b$ (za povezavo predstavlja breme).



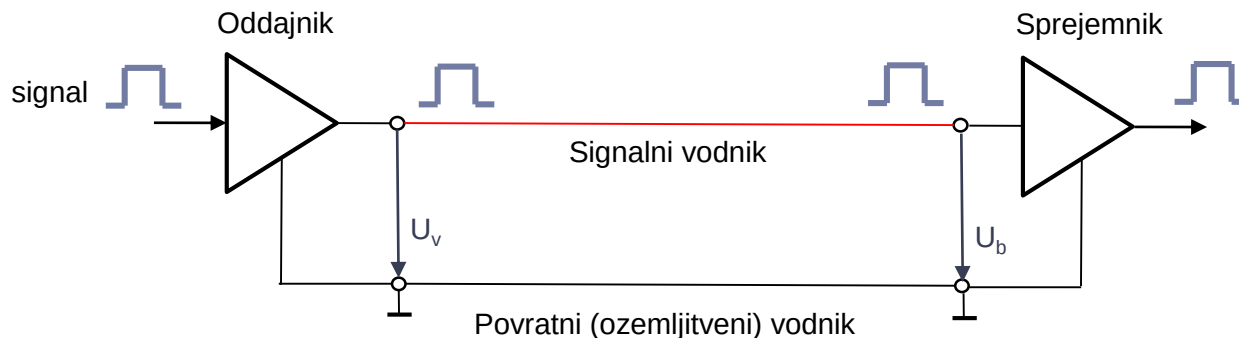
- ❑ **Dogovor:**
 - z velikimi tiskanimi črkami označujemo enosmerni tok in napetost,
 - z malimi pa tok in napetost, ki se s časom spreminjata.

5.2.1 Asimetrični prenos (ang. single-ended)

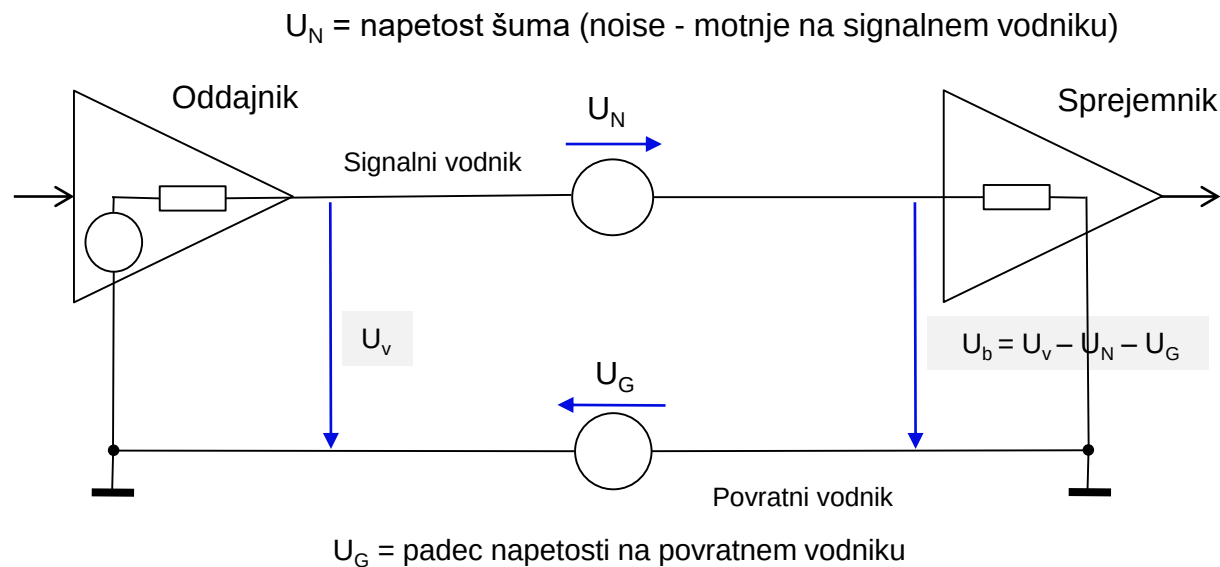
- Se imenuje tudi neuravnotežen (ang. unbalanced).



- Potreben je **en signalni vodnik** in en povratni vodnik.
- Za več signalnih vodnikov je lahko samo en povratni vodnik.
- Povezava je enostavna in poceni.
- Stanje signala na izhodu oddajnika, na vhodu sprejemnika, in kjerkoli na liniji je definirano z napetostjo signalnega vodnika proti ozemljitvenemu vodniku.
- Povezava je zaradi občutljivosti na šum uporabna za nizke hitrosti prenosa, kjer je nizka cena pomembnejša od hitrosti.



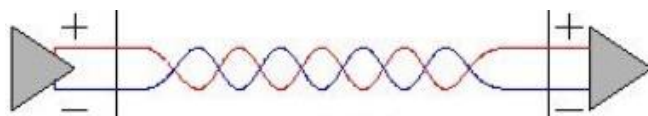
Model prenosa



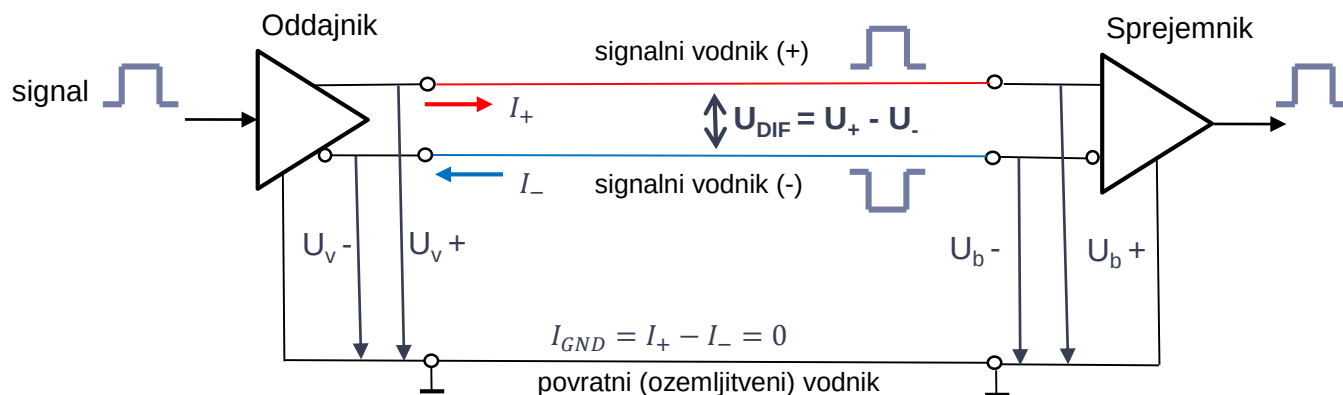
- ❑ Povezava ima slabo odpornost proti šumu U_N (vse vrste motenj: presluh, elektromagnetne interference – EMI).
- ❑ Masa je del sistema, zato vse spremembe tokov vplivajo na potencial mase U_G in s tem na napetost na vhodu sprejemnika U_b .
- ❑ Za večje razdalje, ko imamo daljši signalni vodnik, mora imeti vsak signalni vodnik svoj povratni vodnik, to pomeni, da je primerna uporaba parice.

5.2.2 Simetrični, diferencialni prenos (ang. differential)

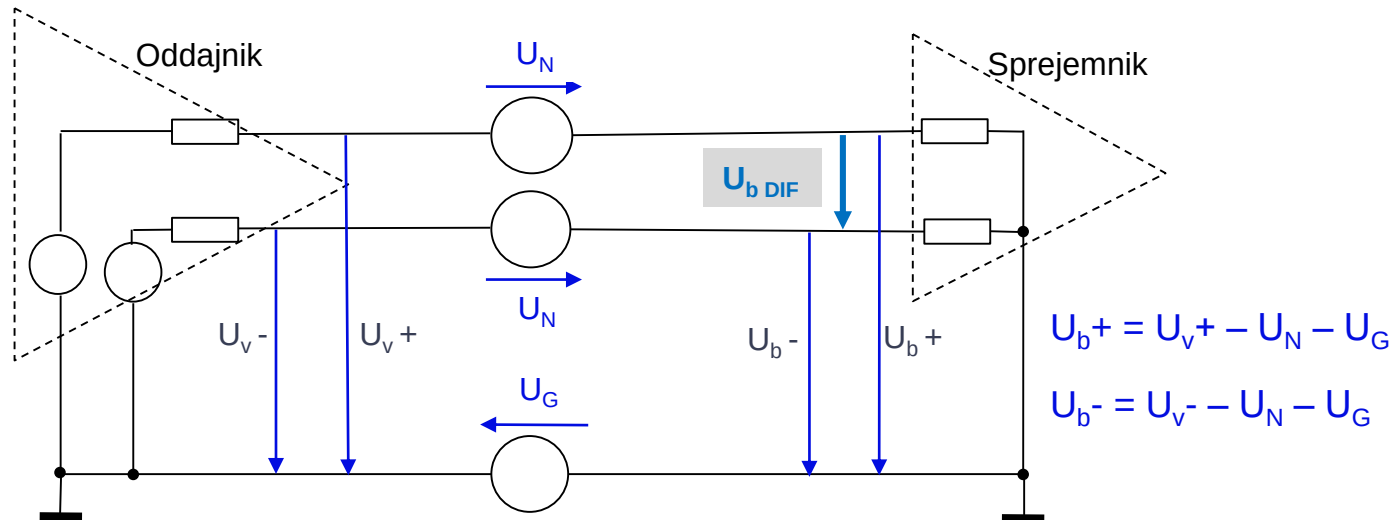
- Se imenuje tudi uravnotežen (ang. balanced).



- Potrebna sta **dva signalna vodnika** in en povratni ozemljitveni vodnik ter posebni diferencialni oddajniki in sprejemniki
- Povezava je dražja.
- Stanje signala na izhodu oddajnika in na vhodu sprejemnika je definirano z razliko napetosti signalnih vodnikov proti ozemljitvenemu vodniku - $U_{DIF} = U_+ - U_-$
- Šum vpliva na oba signalna vodnika, zato se U_{DIF} ne spremeni.



Model prenosa

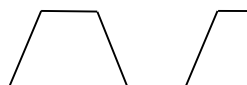


$$U_{b\ DIF} = (U_{b+}) - (U_{b-}) = [(U_{V+}) - U_N - U_G] - [(U_{V-}) - U_N - U_G] = U_{V+} - U_{V-}$$

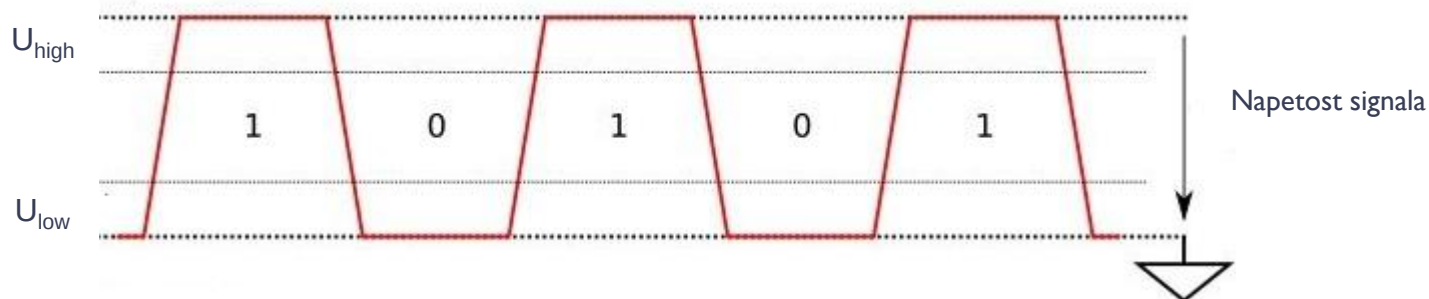
- ❑ Zunanje motnje U_N (šum, presluh, elektromagnetne interference – EMI) vplivajo na oba signalna vodnika enako, zato se spremenita obe napetosti proti masi, diferenca U_{DIF} pa ostane enaka.
- ❑ Simetrična povezava je mnogo manj občutljiva na šum in je primerna za višje hitrosti prenosa in večje razdalje povezav.
- ❑ Presluh na sosednje povezave se izniči, ker sta signala v nasprotni fazi.

□ Primer prenosa

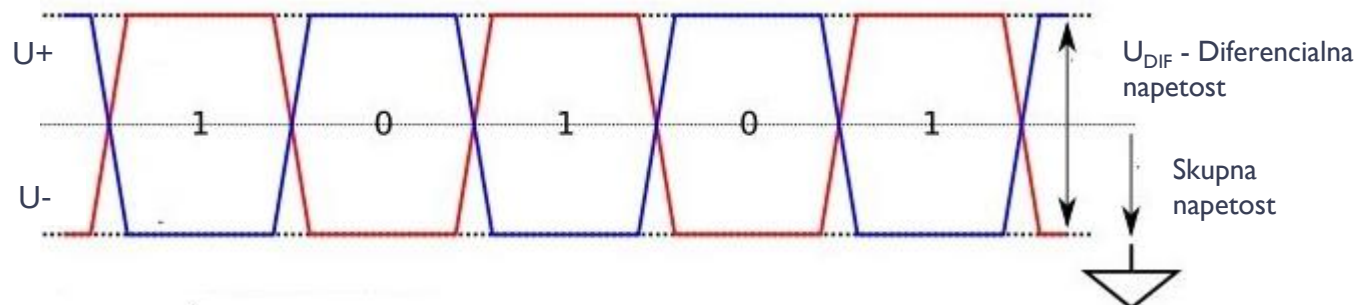
- Realni vhodni signal na sprejemniku



- Asimetrični prenos



- Simetrični prenos



□ Primerjava: simetrični vs. asimetrični prenos

Simetrični prenos :

- ▶ odpornost na zunanji EMI in presluh
- ▶ manjše emisije EMI in presluha
- ▶ manjši pomen GND
- ▶ nižja razlika v nap. nivojih
- ▶ nižja napajalna napetost
- ▶ manjša poraba
- ▶ višja frekvenca prenosa

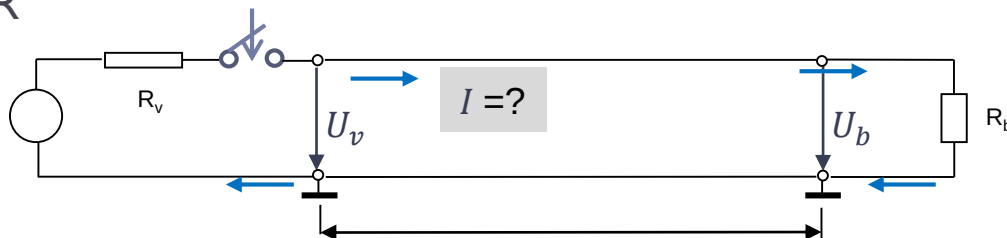
Asimetrični prenos:

- nižja cena
- manj povezav

5.3 Model linije

□ Idealna linija

- čas potovanja signala po liniji se predpostavi, da je zanemarljivo kratek, njegova oblika pa je na sprejemni strani enaka kot na oddajni. Predpostavka:
 - upornost linije je 0Ω ,
 - hitrost širjenja elektromagnetnega valovanja (električnega signala) je neskončna.
- Izračun toka I po povezavi in napetosti U_b na koncu povezave (v točki b):
- Ohmov zakon: $U = I R$



- Zaporedna vezava upornosti R_v in R_b

$$U = I \cdot (R_v + R_b) \rightarrow$$

$$I = \frac{U}{R_v + R_b}$$

Napetost v točki b

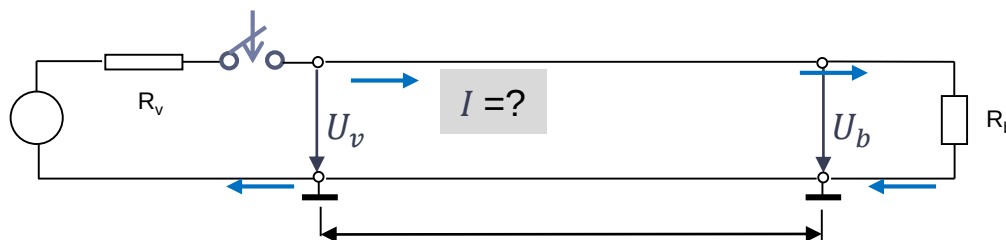
$$U_b = I \cdot R_b = \frac{U}{R_v + R_b} R_b$$

- To velja, če je povezava idealna.

5.3 Model linije

□ Realna linija

- Hitrost širjenja elektromagnetnega valovanja v materialu je enaka približno 2/3 svetlobne hitrosti (200.000 km/s)
- Električni signal za razdaljo 1 m potrebuje 5 – 7 ns, odvisno od povezave.
- Ko ob **t = 0 sklenemo stikalo**, še ne vemo kakšna je upornost R_b na koncu povezave, ker sprememba signala pripotuje v točko b šele po določenem času.



- Zaporedna vezava upornosti R_v in R_b

$$U = I \cdot (R_v + R_b) \rightarrow$$

$$I = \frac{U}{R_v + R_b}$$

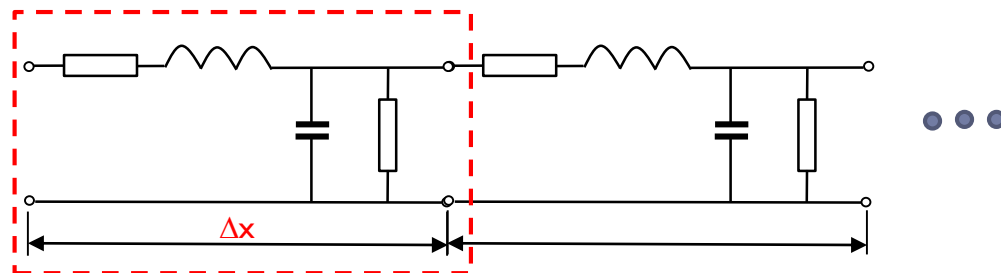
Napetost v točki b

$$U_b = I \cdot R_b = \frac{U}{R_v + R_b} R_b$$

- To velja, če počakamo dovolj dolgo (ko odboji prenehajo)

Karakteristična impedanca linije (Z_0)

- ❑ Z Ohmovim zakonom iz prejšnjega razloga ne moremo izračunati toka, ki teče v povezavo ob času $t=0$, ker se za električne signale, ki se hitro spreminjajo s časom povezava obnaša kot prenosna linija.
- ❑ Za izračun toka in napetosti na vходу v prenosno linijo moramo poznati vhodno impedanco ali upornost te linije, to je **karakteristična impedanca linije (Z_0)**.
- ❑ Poenostavljen model električne prenosne linije - [video](#)
 - Linijo sestavlja množica kratkih odsekov dolžine (Δx)

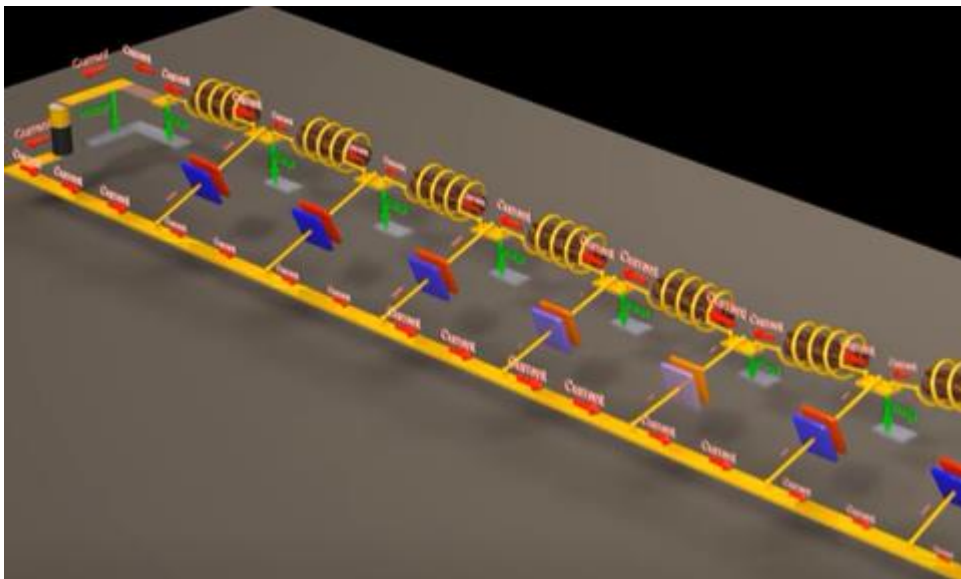


- Določajo jo:
 - R... upornost na enoto dolžine [Ω/m] - upornost linije (določena z materialom vodnikov).
 - L... induktivnost na enoto dolžine [H/m] - induktivnost linije (določena z materialom vodnikov).
 - C... kapacitivnost na enoto dolžine [F/m] - kapacitivnost med vodnikoma linije (vplivamo z razdaljo med njima).
 - G... prevodnost na enoto dolžine [S/m] - prevodnost med vodnikoma linije (odvisna od izolacije med njima).

Karakteristična impedanca linije (Z_0)

□ Poenostavljen model električne prenosne linije - [video](#)

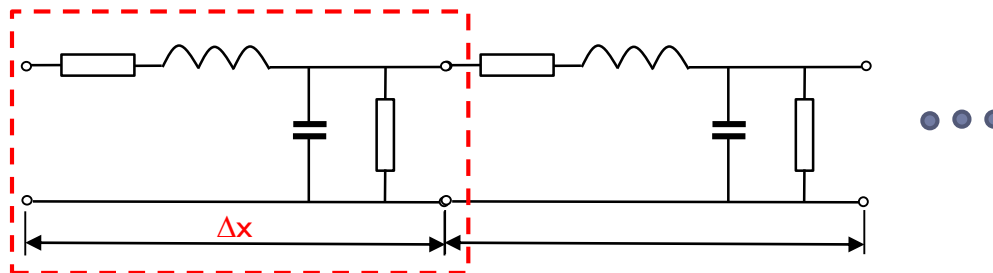
- Linijo sestavlja množica kratkih odsekov dolžine (Δx)



Transmission Lines - Signal Transmission and Reflection
758,454 views

From

https://www.youtube.com/watch?v=ozeYaikI11q&ab_channel=PhysicsVideosbyEugeneKhutoryansky



- ❑ Idealna linija – brez-izgubna linija: upornost $R=0$, prevodnost $G=0$
- ❑ $\Delta x \rightarrow 0$ - pomeni, da je na dolžini l neskončno odsekov
- ❑ Karakteristična impedanca linije Z_0 je vhodna impedanca neskončno dolge linije, ki je:
 - Enaka vzdolž cele linije
 - Predstavlja razmerje med napetostjo in tokom v vsaki točki linije

❑ Zakaj neskončno dolga linija?

- Signal ne občuti kako dolga je linija in kaj je na koncu dokler ne pripotuje do konca.
- Splošna enačba za izračun karakteristične impedance linije Z_0 je

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}, \text{ kjer je } \omega = 2\pi f, \omega - \text{krožna frekvenca [rad]}, f - \text{frekvenca signala } j = \sqrt{-1}$$

- Idealna linija: $R = 0$ in $G = 0$, pa tudi če R in G nista enaka 0, sta pri dovolj visoki frekvenci ($f \geq 100 \text{ KHz}$) člena $j\omega L$ in $j\omega C$ veliko večja od R in G in se izraz za Z_0 poenostavi v:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} [\Omega], \text{ ker sta } R \ll |j\omega L| \text{ in } G \ll |j\omega C|$$

- ❑ **Čas potovanja signala (τ)** (ang. transfer time) – čas, ki je potreben za potovanje signala po prenosni liniji od oddajnika do sprejemnika.

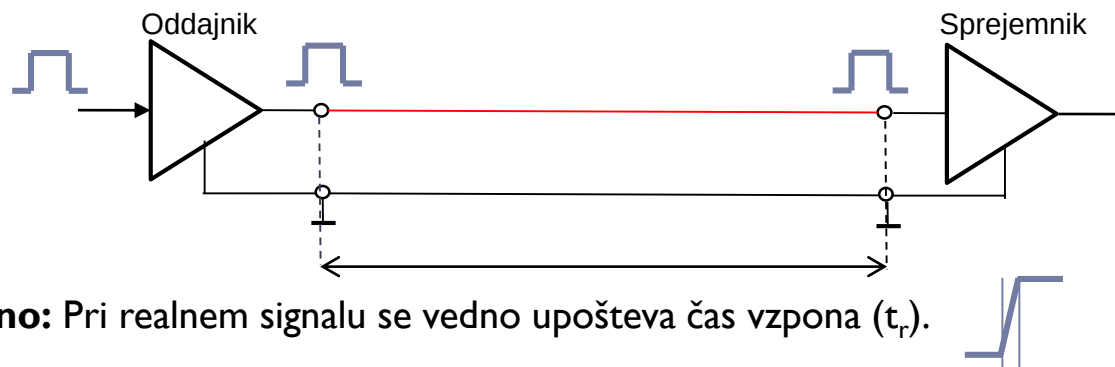
$$\tau = \delta \cdot l$$

l – dolžina prenosne linije

δ - **zakasnitev signala na enoto dolžine** (1 m), ki je podana v [ns/m]

(ang. propagation delay): $\delta = \sqrt{LC} \left[\frac{ns}{m} \right]$

Primer: Čas potovanja signala po prenosni liniji



Pomembno: Pri realnem signalu se vedno upošteva čas vzpona (t_r).

Če je povezava daljša od 1/6 dolžine, ki jo signal prepotuje v času vzpona (t_r), jo moramo obravnavati kot **prenosno linijo**.

□ Primer:

Podana sta čas vzpona signala $t_r = 1 \text{ ns}$ in zakasnitev signala na liniji $\delta = 7 \text{ ns/m}$.

1. Kakšno dolžino (l) prepotuje signal po liniji v času vzpona $t_r = 1 \text{ ns}$?
2. Kakšna je minimalna dolžina, ko je potrebno povezavo obravnavati kot prenosno linijo?

Rešitev:

δ - zakasnitev signala na enoto dolžine ($l = 1 \text{ [m]}$)

$\tau = \delta \cdot l$ - čas potovanja signala po liniji dolžine l

1. Dolžina l , ki jo signal prepotuje po liniji v času vzpona $t_r = 1 \text{ ns}$?

$$\tau = t_r, l = \frac{\tau}{\delta} = \frac{1 \text{ ns}}{7 \text{ ns/m}} = \frac{1}{7} = 0,0142 \text{ m} = 14,2 \text{ cm}$$

2. Minimalna dolžina, ko je potrebno povezavo obravnavati kot prenosno linijo?

$$L_{min} = \frac{1}{6} l = \frac{14,2 \text{ cm}}{6} = 2,4 \text{ cm}$$

Vsako povezavo, ki je daljša od 2,4 cm moramo obravnavati kot prenosno linijo.

□ Tipične vrednosti - primeri

▪ Karakteristična impedanca Z_0 resničnih linij

- Linije na tiskanem vezju $Z_0 = 50\Omega \div 120\Omega$ (širša ozemljitvena povezava manjša Z_0)
- Koaksialni kabel: $Z_0 = 50\Omega$
- Koaksialni antenski kabel: $Z_0 = 75\Omega$
- UTP Cat 5e: $Z_0 = 100\Omega \pm 5\Omega$
- USB: $Z_0 = 90\Omega \pm 15\%$
-



SuperCat5_2

SuperCat 5 24 Cat.5e

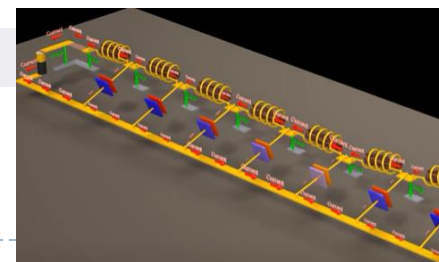
Electrical Properties

DC loop resistance		$\leq 188\Omega/\text{km}$
Resistance unbalance		$\leq 2\%$
Characteristic impedance	1 - 100MHz	$100 \pm 15\Omega$
Insulation resistance	(500V)	$\geq 5000\text{ M}\Omega\cdot\text{km}$
Capacitance	at 800 Hz	Nom. 52 nF/km
Capacitance unbalance	(pair to ground)	Nom. < 300 pF/km
Nominal Characteristic impedance	at 100 MHz	$100 \pm 5\Omega$

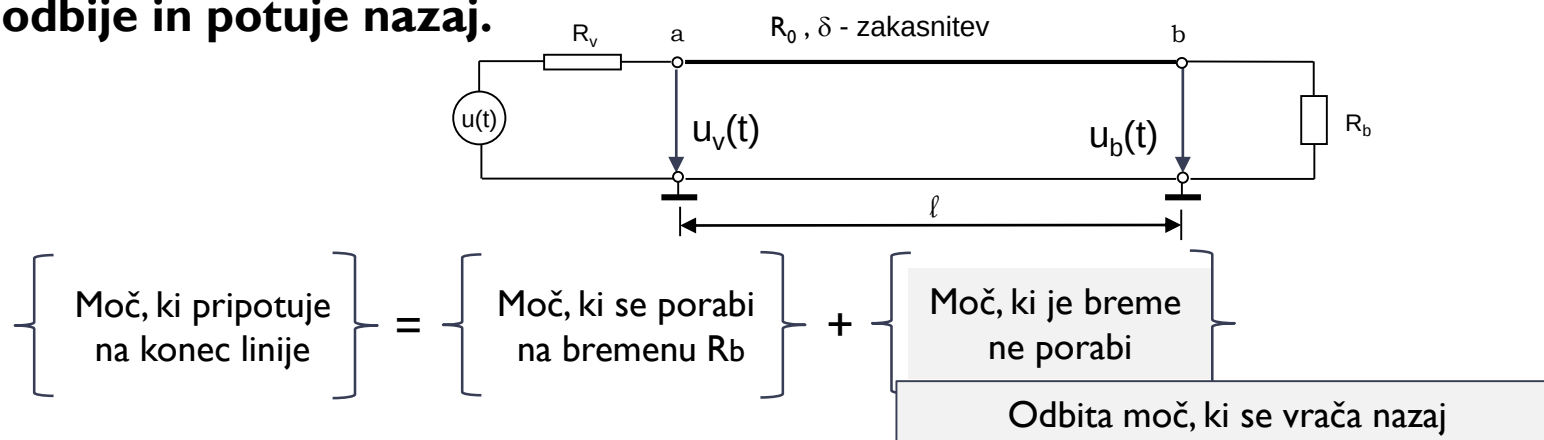
▪ Zakasnitev signala δ

- Linije na tiskanem vezju $\delta = 5 \div 6\text{ ns/m}$
- Dvostransko tiskano vezje $\delta = 6 \div 7\text{ ns/m}$
- Koaksialni kabel $\delta < 5\text{ ns/m}$
- UTP Cat 5e $\delta > 5,6\text{ ns/m}$ pri $f = 1\text{ MHz}$

6. Odboj (ang. Reflection)

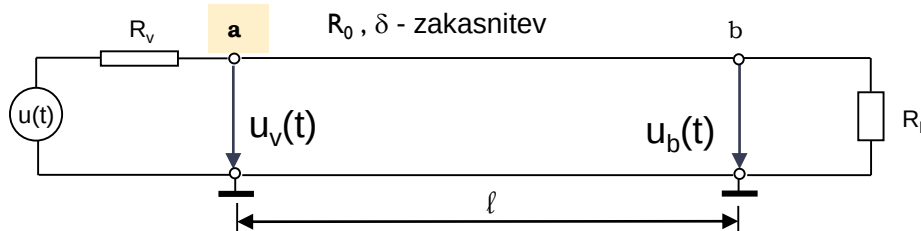
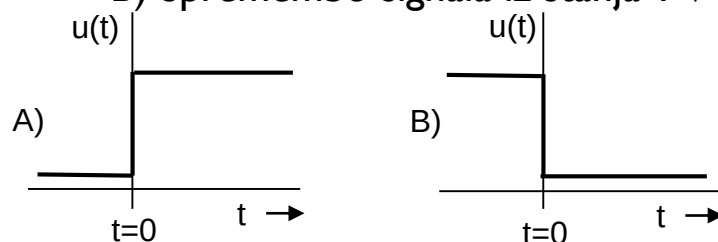


- ❑ Video: Prenos signala in odboj, <https://www.youtube.com/watch?v=ozeYaiklIlg>
- ❑ **Zakaj se pojavi? - Zakon o ohranitvi energije**
- ❑ Karakteristična impedanca linije Z_0 (ali karakteristična upornost R_0) določa razmerje med tokom in napetostjo na liniji (Ohmov zakon). Ker je Z_0 (R_0) enaka vzdolž cele linije, sta tudi tok I in napetost U vzdolž cele linije enaka.
- ❑ Produkt toka in napetosti vzdolž linije je moč $P = U \cdot I$.
- ❑ Če pa ta moč pripotuje do točke b, kjer se potem upornost spremeni (npr. $R_b \neq R_0$), tudi razmerje toka in napetosti ni več pravo, zato **se del moči, ki pripotuje, odbije in potuje nazaj.**



□ Digitalni signal – na vhodu v linijo, v točki (a) imamo dve možnosti:

- A) Spremembo signala iz stanja 0 v stanje 1 ob času $t = 0$
- B) Spremembo signala iz stanja 1 v stanje 0 ob času $t = 0$



□ Kolikšen del napetosti signala, ki pripotuje na konec linije, se odbije?

- Določa ga napetostni odbojni koeficient ρ_b na bremenu R_b (točka b)

□ Kolikšen del napetosti signala, ki pripotuje nazaj na vhod, se odbije?

- Določa ga napetostni odbojni koeficient ρ_v na vhodu v linijo (točka a)

▪ Kako določimo **napetostni odbojni koeficient?** (Kirchoffov zakon)

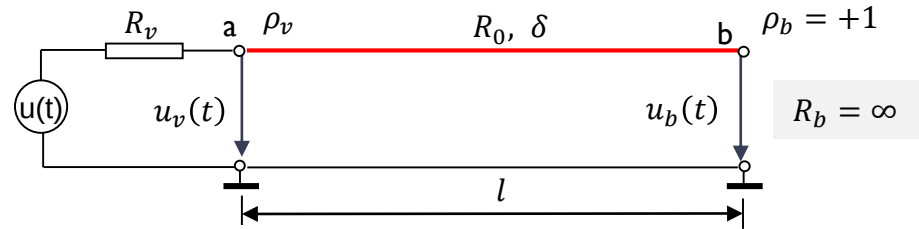
- u_r – napetost odbitega signala (r - reflection)
- u_p – napetost pripotujočega signala po liniji (p - propagation)

$$\rho = \frac{u_r}{u_p} \rightarrow \boxed{\rho_v = \frac{R_v - R_0}{R_v + R_0}} \quad -1 \leq \rho_v \leq +1; \quad \boxed{\rho_b = \frac{R_b - R_0}{R_b + R_0}} \quad -1 \leq \rho_b \leq +1$$

Izračun odbojnega koeficienta ρ_b za izhod prenosne linije

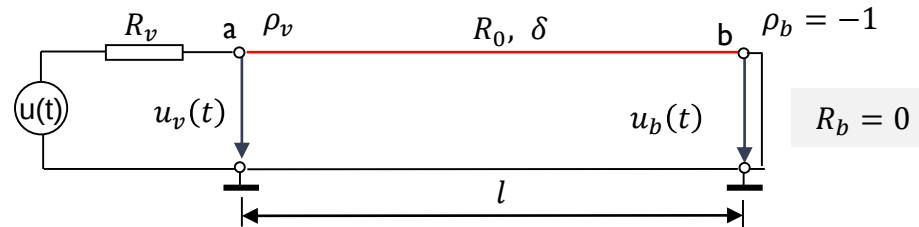
- $R_b = \infty$ (povezava ni zaključena)

$$\rho_b = \frac{\infty - R_0}{\infty + R_0} = +1$$



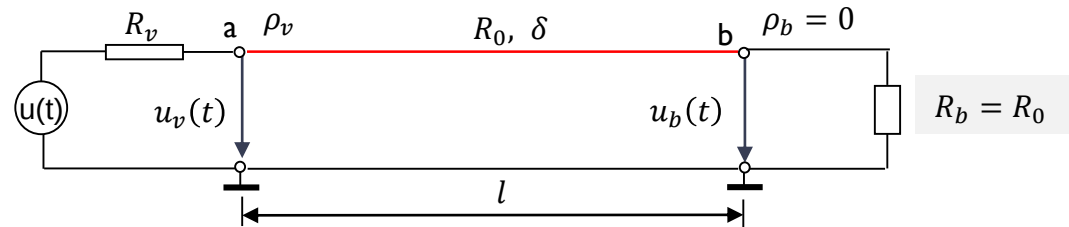
- Kratka zaključitev - $R_b = 0$

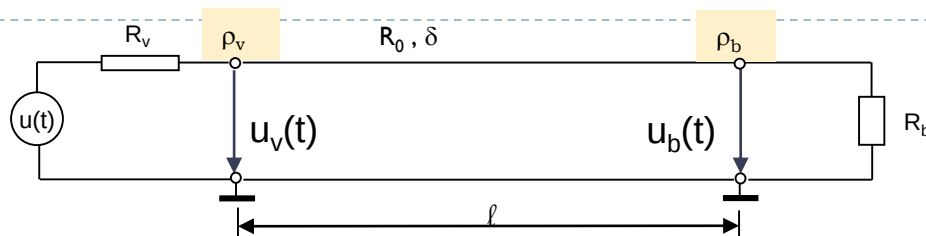
$$\rho_b = \frac{0 - R_0}{0 + R_0} = -1$$



- Breme $R_b = R_0$

$$\rho_b = \frac{R_0 - R_0}{R_0 + R_0} = 0$$



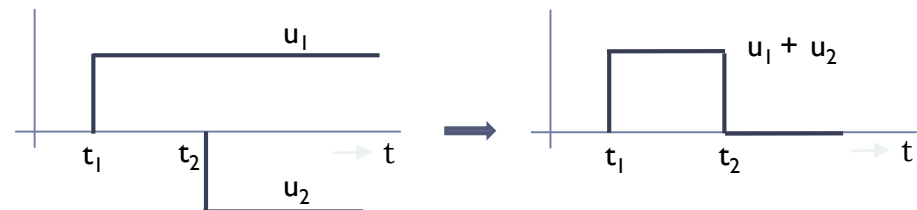


R_v	ρ_v	Opis
R_0	0	Odboja ni, ker je $R_v = R_0$ in signal, ki pripotuje, ne čuti nobene spremembe
0	-1	Ves signal se odbije z obratnim predznakom
∞	+1	Ves signal se odbije s pozitivnim predznakom

R_b	ρ_b	Opis
R_0	0	$R_b = R_0$ Odboja ni, ker ni spremembe
0	-1	Ves signal se odbije z obratnim predznakom
∞	+1	Ves signal se odbije s pozitivnim predznakom

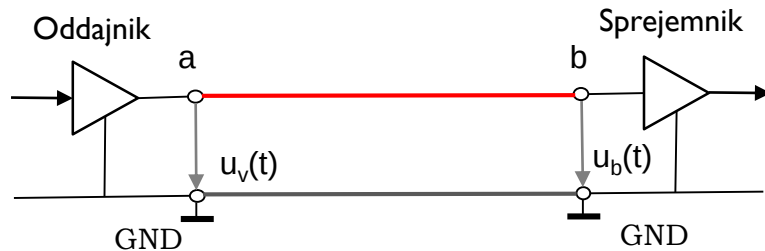
- Pri analizi odbojev uporabljamo **princip superpozicije**, ki velja za vse linearne sisteme (linearna odvisnost vhoda in izhoda). Napetost v neki točki linije ob času t je enaka vsoti vseh napetosti, ki so do časa t pripotovale v to točko.

- Primer superpozicije signalov u_1 in u_2 :

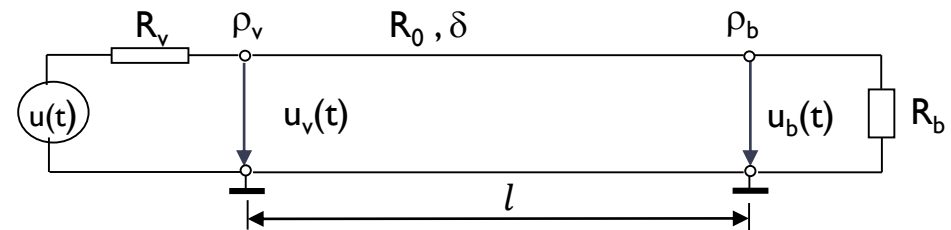


- Prvotnemu signalu moramo prišteti vse odboje (kolikor jih pač je), da dobimo dejanski signal v neki točki.

Električna povezava



Model linije s podatki za analizo



$u_v(t)$ - napetost signala na vhodu v linijo (izhodna napetost oddajnika) v odvisnosti od časa t

$u_b(t)$ - napetost signala na izhodu iz linije (vhodna napetost sprejemnika) v odvisnosti od časa t

R_0 [Ω] - karakteristična upornost linije: od 30[Ω] do 600[Ω]; linije imajo pogosto okrog 100[Ω]

δ [$\frac{ns}{m}$] - zakasnitev signala na enoto dolžine: od 5 [ns/m] do 7 [ns/m]

$\tau = \delta \cdot l$ [ns] - čas potovanja signala po liniji dolžine l

$\rho_v = \frac{R_v - R_0}{R_v + R_0}$ - napetostni odbojni koeficient na vhodu v linijo, R_v je izhodna upornost oddajnika

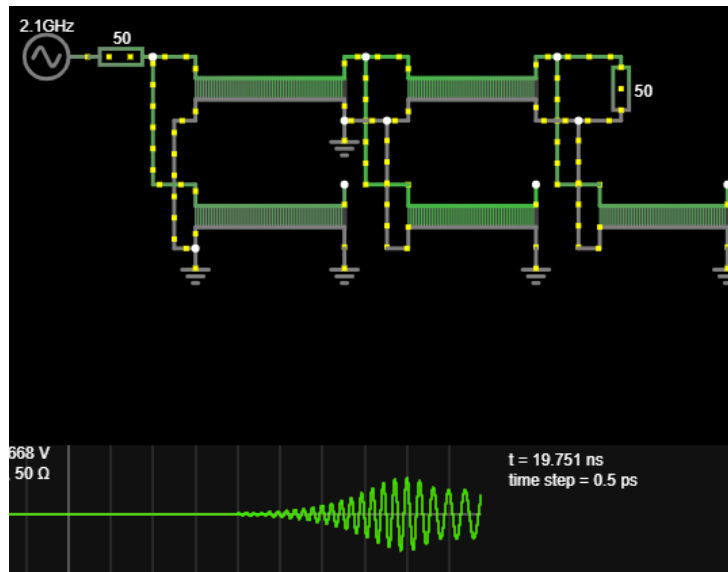
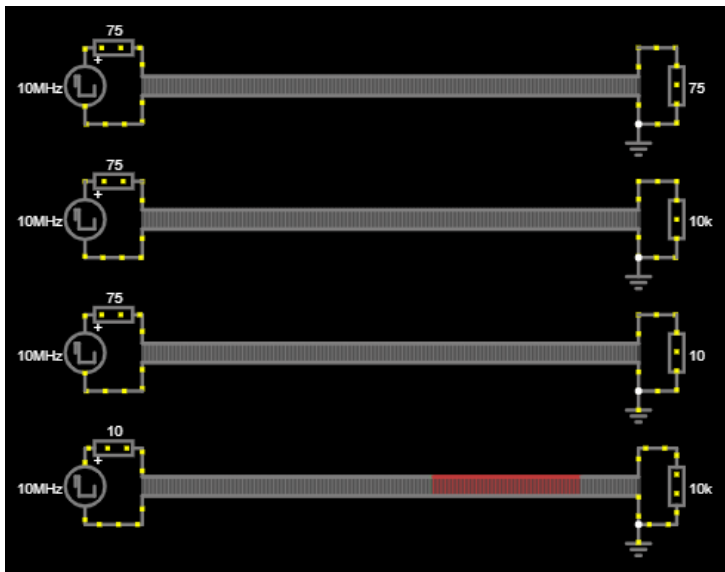
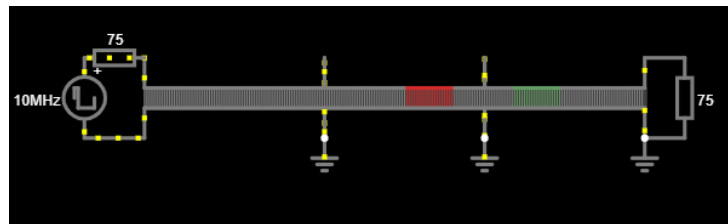
$\rho_b = \frac{R_b - R_0}{R_b + R_0}$ - napetostni odbojni koeficient na vhodu v linijo, R_b je vhodna upornost sprejemnika

6.1 Analiza odbojev

Vizualizacije :

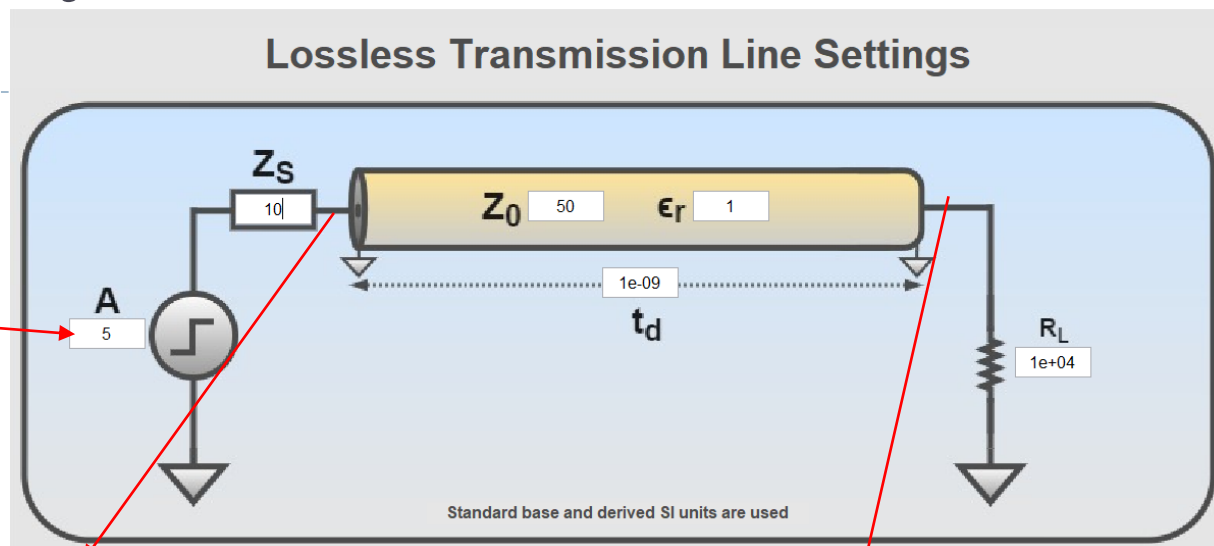
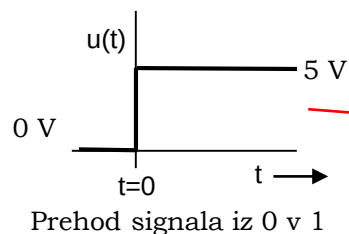
<https://www.falstad.com/circuit/>

- ▶ Circuits -> Transmission lines
- Termination
- Low-pass Filter
- Mismatched Lines (Pulse)



6.1 Analiza odbojev

Simulacija :

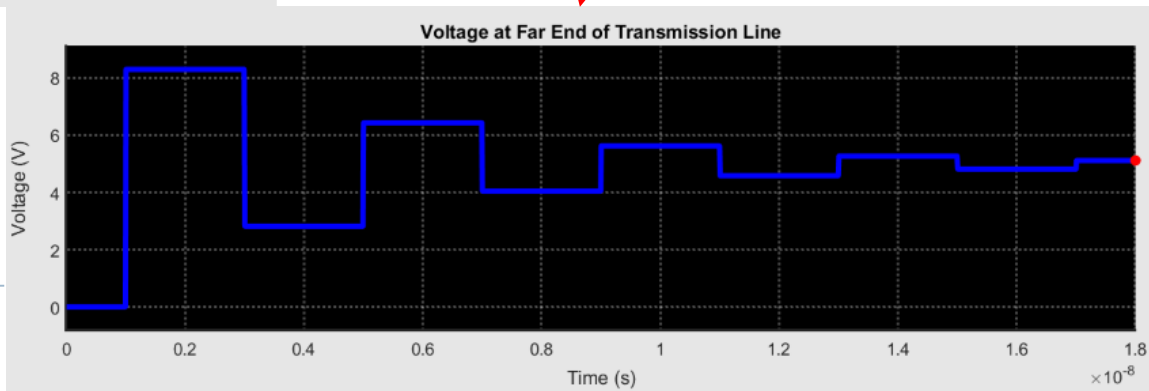
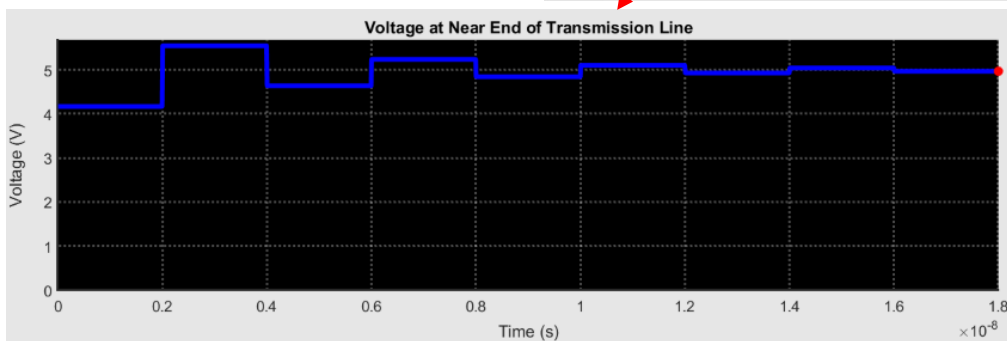


Animation Settings

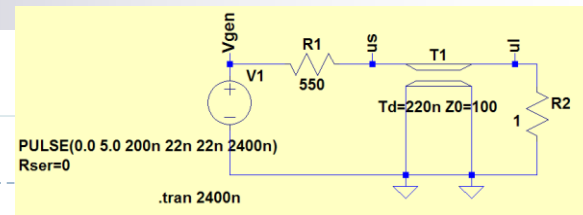
Animation Speed

Stop Time



(LV2) - Merjenje odbojev na liniji

Primerjava: Simulacija (LTSpice)



SPICE Simulacije slik iz osciloskopa: UTP kabel, $R_S = 50..550 \Omega$, $R_L = 1..500 \Omega$

Napetost se že pravilno porazdeli, z zakasnitvijo 1τ se pojavi tudi na izhodu.

$R_0 = 100 \Omega$
 $R_L, R_S = 0, 50, 500 \Omega$

$R_L > R_0$, $R_L = 500 \Omega$
 $\rho_L = 0.666$ (poz. odboj)

$R_L = R_0$
 $\rho_L = 0$ (ni odboja)

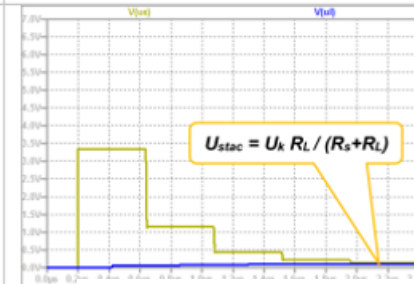
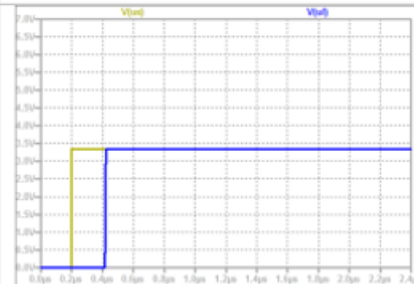
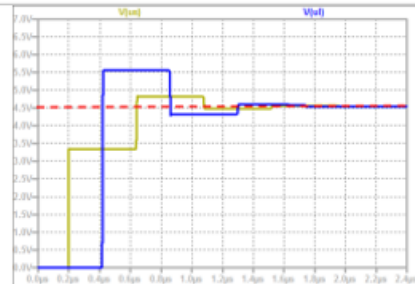
$R_L < R_0$, $R_L = 1 \Omega$
 $\rho_L = -0.98$ (neg. odboj)

Višje potujoče napetosti!

$R_S < R_0$

$R_S = 50 \Omega$
 $\rho_S = -0.333$

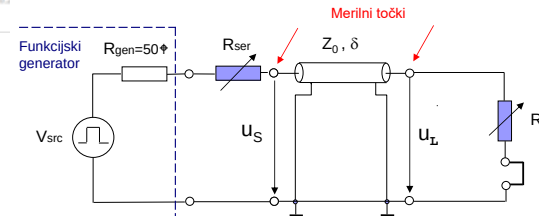
[0.5V/razdelek]



Primerjava: Meritve z osciloskopi

Slike osciloskopa: UTP kabel, $R_S = 50..550 \Omega$, $R_L = 1..500 \Omega$ ($R_{gen} = 50 \Omega$) UTP

Napetost se že pravilno porazdeli, z zakasnitvijo 1τ se pojavi tudi na izhodu.



$R_0 = 100 \Omega$
 $R_L, R_S = 0, 50, 500 \Omega$

$R_L > R_0$, $R_L = 500 \Omega$
 $\rho_L = 0.666$ (poz. odboj)

$R_L = R_0$
 $\rho_L = 0$ (ni odboja)

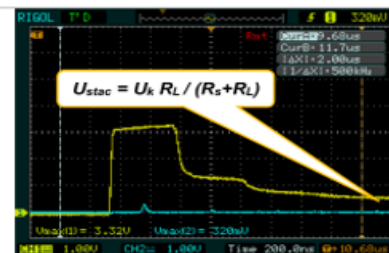
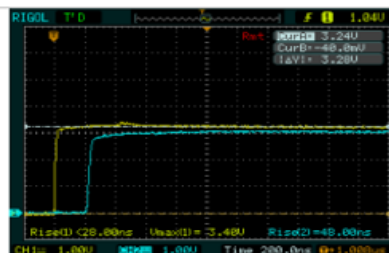
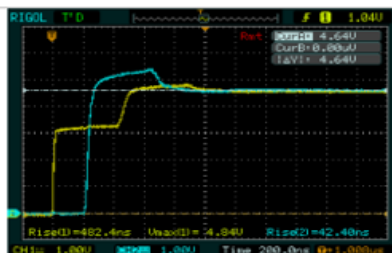
$R_L < R_0$, $R_L = 1 \Omega$
 $\rho_L = -0.98$ (neg. odboj)

Višje potujoče napetosti!

$R_S < R_0$

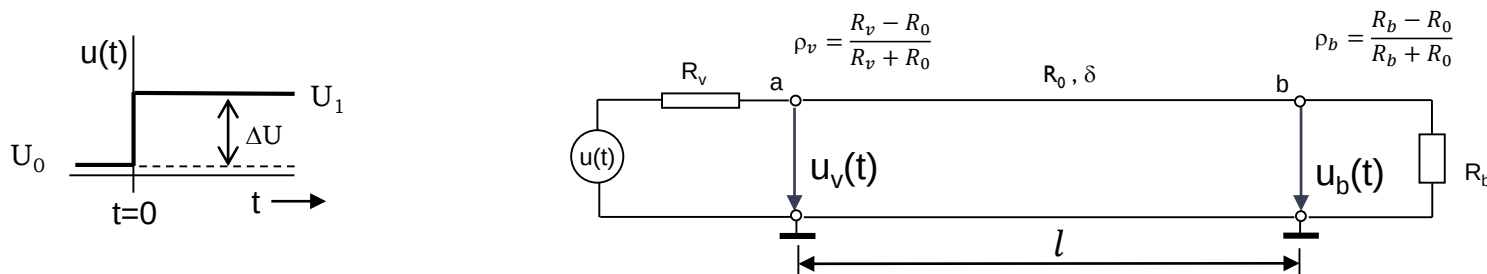
$R_S = 50 \Omega$
 $\rho_S = -0.333$

[1V/razdelek]



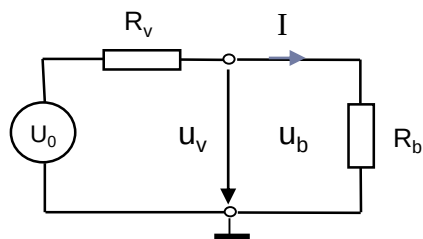
6.1 Analiza odbojev

- Za linijo dolžine l poznamo: R_v , R_0 , R_b , δ , ρ_v , ρ_b , $u_v(t)$, $u_b(t)$
- Ob času $t = 0$ preide signal iz $0 \rightarrow 1$
(napetost za stanje 0 je U_0 , napetost za stanje 1 je U_1)



- **Začetek:** pred časom $t=0$ je napetost na vhodu v linijo enaka napetosti na izhodu iz linije, to je na bremenu, kar je stacionarno stanje logične 0.

čas označimo kot $t = 0 -$



$$u_v(0-) = u_b(0-) = U_0 \cdot \frac{R_b}{R_v + R_b}$$

Izračun napetosti u_v :

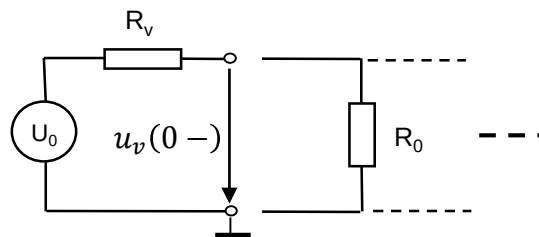
$$U_0 - u_v - u_b = 0$$

$$U_0 - R_v \cdot I = R_b \cdot I$$

$$I = \frac{U_0}{R_v + R_b}$$

$$u_v = u_b = I \cdot R_b = \frac{U_0}{R_v + R_b} \cdot R_b = U_0 \cdot \frac{R_b}{R_v + R_b}$$

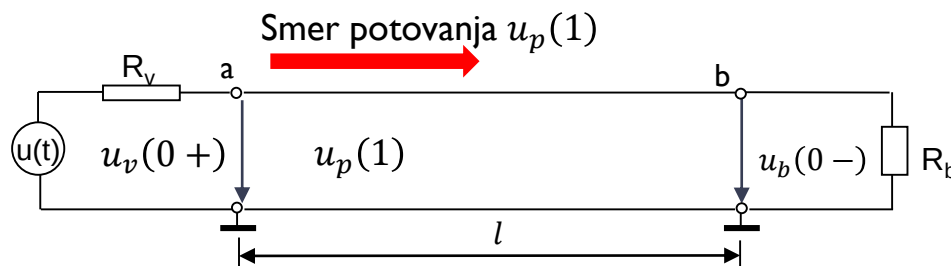
- Ob preklopu **iz stanja 0 v stanje I** (ob času $t = 0$), signal na vhodu v linijo takoj občuti karakteristično upornost R_0 .
čas označimo kot $t = 0 +$



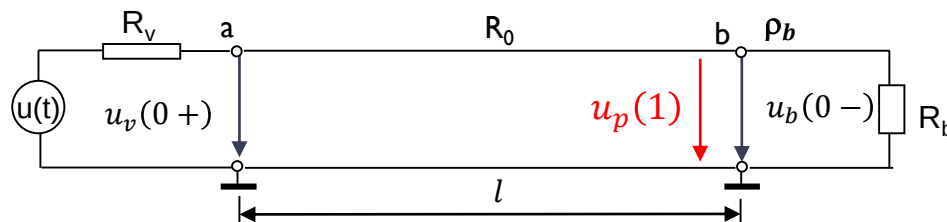
$$u_v(0+) = u_v(0-) + \Delta U \cdot \frac{R_0}{R_v + R_0} = u_v(0-) + u_p(1)$$

V linijo potuje samo sprememba signala, to je $u_p(1)$, ker je napetost $u_v(0-)$ na liniji in tudi na bremenu obstajala že pred časom $t = 0+$, torej pred preklopom.

Izračunana napetost signala $u_p(1)$ je prvi potujoči val.



- $u_p(1)$ **potuje** po liniji in po času τ pripotuje na konec (točka b), kjer je že od prej napetost $u_b(0-)$. Tam naleti na upornost bremena R_b , ki je različna od karakteristične upornosti R_0 . Zato se del signala, ki je pripotoval na konec linije, odbije. Odbojni koeficient ρ_b določa kolikšen del signala se odbije.

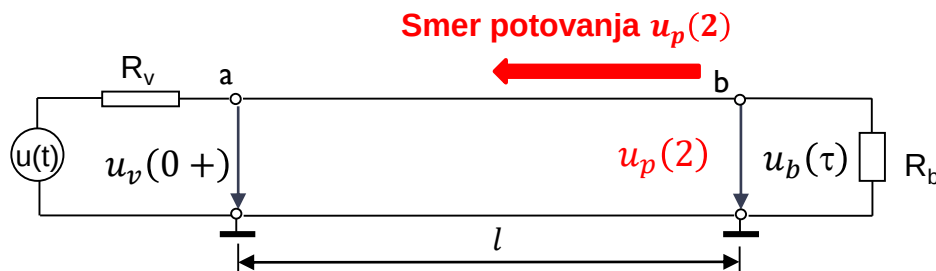


Napetost signala v točki b izračunamo v času τ .

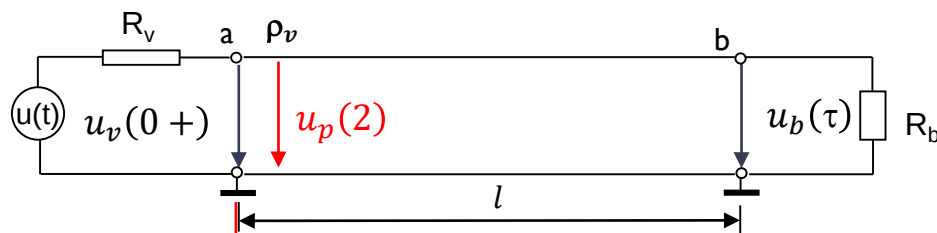
$$u_b(\tau) = u_b(0-) + u_p(1) + u_p(1) \cdot \rho_b$$

$$u_p(1) \cdot \rho_b = u_r(1) \quad (\text{r-reflection}),$$

Odbiti del signala $u_r(1)$ **potuje** nazaj proti vходу linije (točka a), zato je to drugi potujoči val, označen z $u_p(2) = u_r(1)$.



- $u_p(2)$ **potuje** po liniji in po času τ **pripotuje** nazaj na vhod (točka a), to je ob času (2τ) .

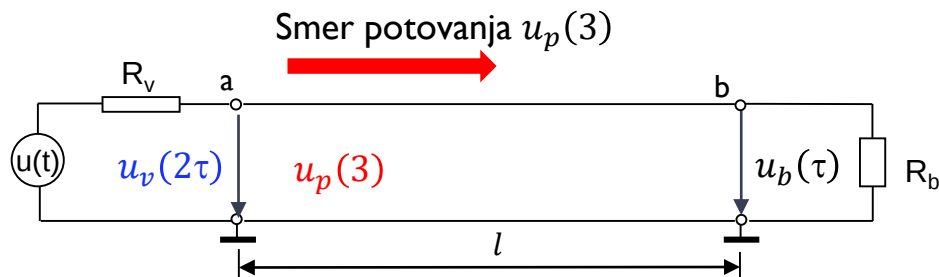


Napetost signala v točki a izračunamo v času 2τ .

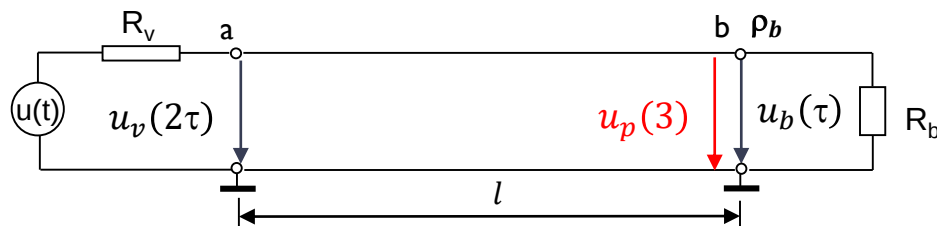
$$u_v(2\tau) = u_v(0+) + u_p(2) + u_p(2) \cdot \rho_v$$

$$u_p(2) \cdot \rho_v = u_r(2)$$

Odbiti del signala $u_r(2)$ **potuje** proti koncu linije (točka b), zato je to tretji potujoči val, označen z $u_p(3) = u_r(2)$.



- $u_p(3)$ **potuje** po liniji in po času τ **pripotuje** na konec (točka b), to je ob času (3τ) .

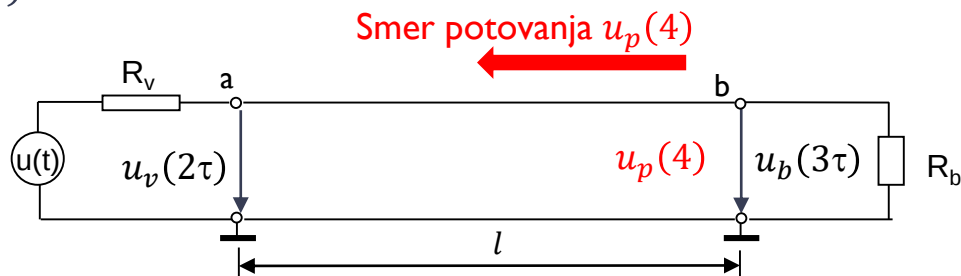


Napetost signala v točki b izračunamo v času 3τ .

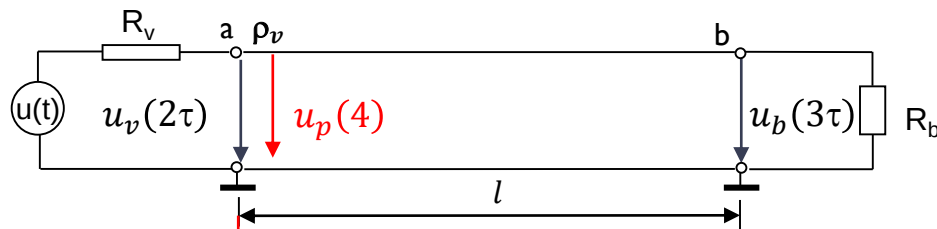
$$u_b(3\tau) = u_b(\tau) + u_p(3) + u_p(3) \cdot \rho_b$$

$$u_p(3) \cdot \rho_b = u_r(3)$$

Odbiti del signala $u_r(3)$ **potuje** nazaj proti vходу linije (točka a), zato je to četrti potujoči val označen z $u_p(4) = u_r(3)$.



- $u_p(4)$ **potuje** po liniji in po času τ **pripotuje** nazaj na vhod (točka a), to je ob času (4τ) .

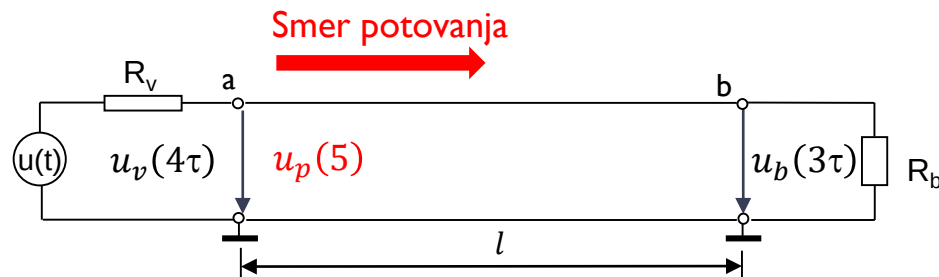


Napetost signala v točki a izračunamo v času 4τ .

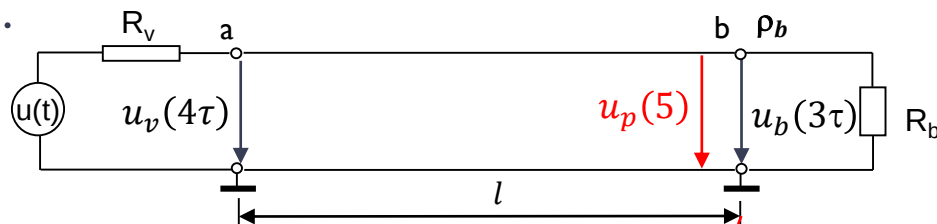
$$u_v(4\tau) = u_v(2\tau) + u_p(4) + u_p(4) \cdot \rho_v$$

$$u_p(4) \cdot \rho_v = u_r(4)$$

Odbiti del signala $u_r(4)$ **potuje** proti izhodu linije (točka b), zato je to peti potujoči val označen z $u_p(5) = u_r(4)$.



- $u_p(5)$ **potuje** po liniji in po času τ **pripotuje** na konec (točka b), to je ob času (5τ) .



Napetost signala v točki b izračunamo v času 5τ .

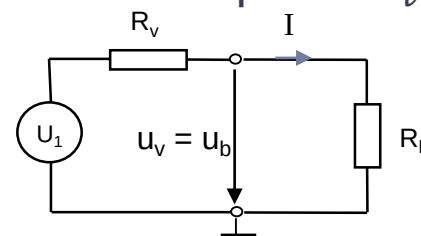
$$u_b(5\tau) = u_b(3\tau) + u_p(5) + u_p(5) \cdot \rho_b$$

...

- Ponavljamo postopek izračuna napetosti odbojev na liniji v točkah a in b, vse dokler smatramo, da odboji vplivajo na signal.
- Ko dosežemo **stacionarno stanje** I lahko izračunamo končno napetost $u_v(x\tau)$ po Ohmovem zakonu.

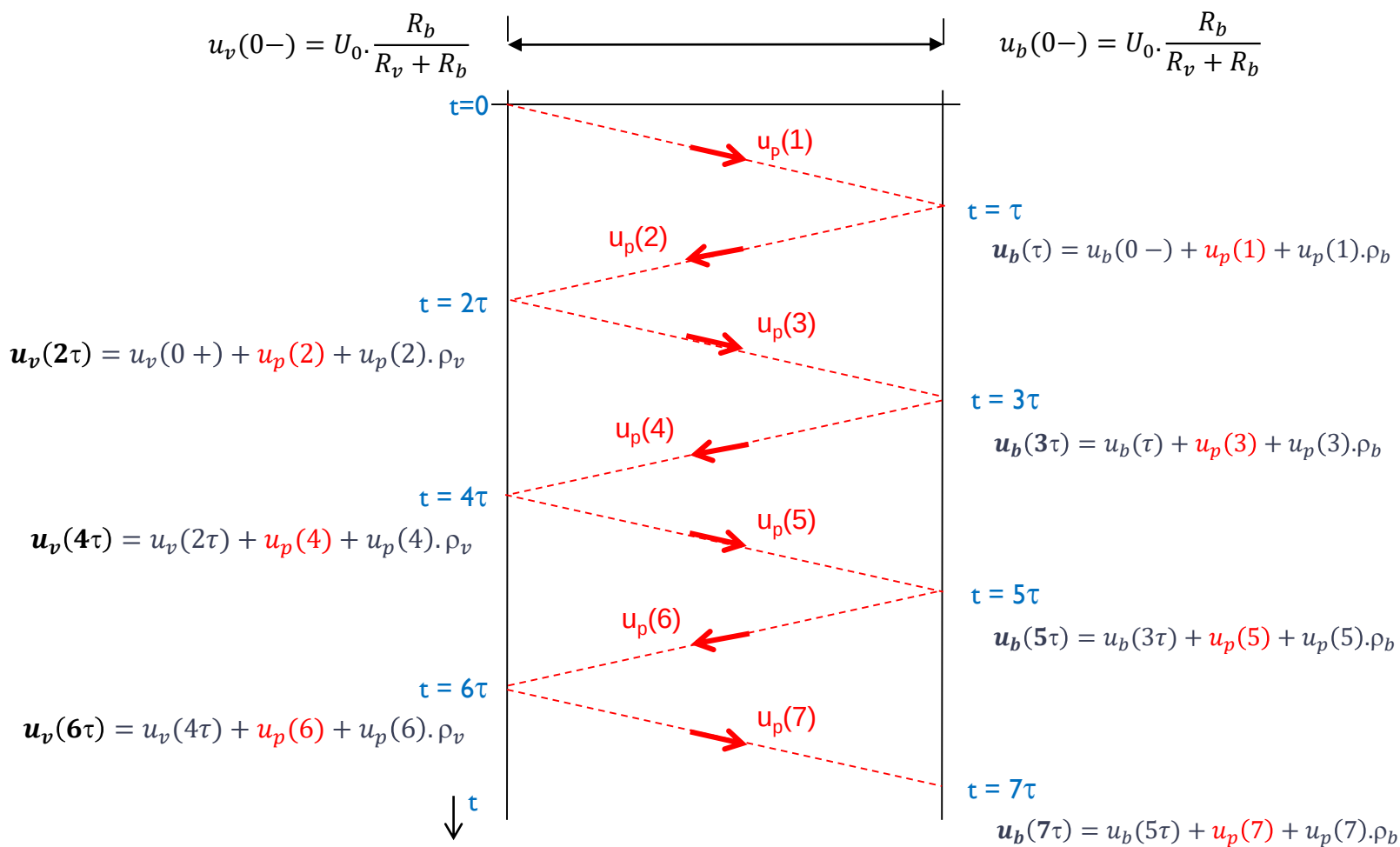
$$u_v(x\tau) = u_b(x\tau) = \frac{U_1}{R_v + R_b} R_b$$

x – število period pri upoštevanju odbojev



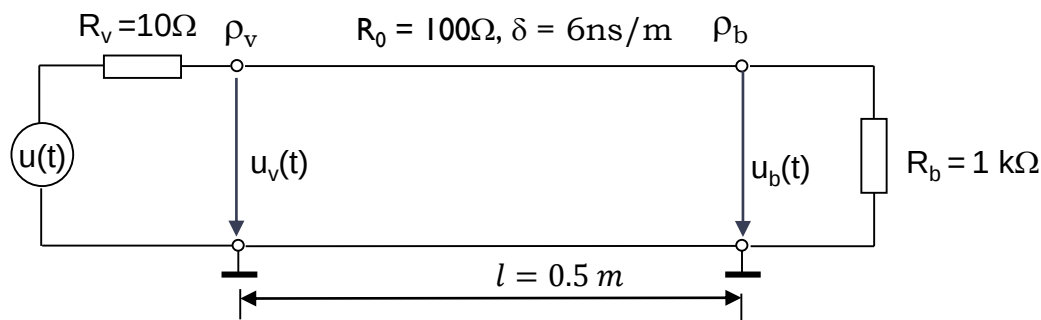
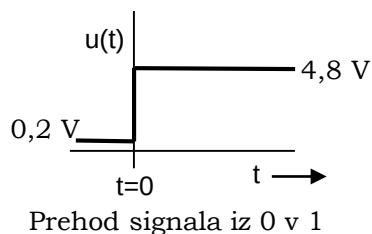
□ Mrežni diagram odbojev za $x = 7$ period (od $t = 0$ do $t = 7\tau$)

$\tau = \delta.l$... čas potovanja = karakt.zakasnitev * dolžina linije



Primer: Izračun odbojev

- Določimo potek signalov $u_v(t)$ na vhodu (a) in $u_b(t)$ na izhodu (b) do časa $t = 7\tau$ linije dolžine $l=0,5$ m. Signal se na oddajniku ob času $t = 0$ spremeni iz nizkega (0) v visoko stanje (1). Karakteristična upornost linije $R_0 = 100 \Omega$, izhodna upornost oddajnika $R_{IZH} = 10 \Omega$, vhodna upornost sprejemnika $R_{VH} = 1 \text{ K} \Omega$, zakasnitev signala na liniji $\delta = 6 \text{ ns/m}$.



- Upornosti: R_v , R_b , R_0
- Čas potovanja signala po liniji: $\tau = l \cdot \delta = 0,5 \text{ [m]} \cdot 6 \text{ [ns/m]} = 3 \text{ ns}$
- Odbojna koeficienta ρ_v in ρ_b :

$$\rho_v = \frac{R_v - R_0}{R_v + R_0} = \frac{10 - 100}{10 + 100} = -0,82,$$

$$\rho_b = \frac{R_b - R_0}{R_b + R_0} = \frac{1000 - 100}{1000 + 100} = 0,82$$

□ Napetost na vhodu v linijo pred časom $t=0$ je enak napetosti na izhodu iz linije

$$u_v(0-) = u_b(0-) = \frac{U_0}{R_v + R_b} R_b = \frac{0,2 \cdot 1000}{10 + 1000} = 0,2 \text{ [V]}$$

$$u_v(0+) = u_v(0-) + \frac{\Delta U}{R_v + R_0} R_0 = 0,2 + \frac{4,6 \cdot 100}{10 + 100} = 0,2 + 4,18 = 4,38 \text{ [V]}$$

$$u_p(1) = 4,18 \text{ [V]}$$

$$u_b(\tau) = u_b(0-) + u_p(1) + u_p(1) \cdot \rho_b = 0,2 + 4,18 + 4,18 \cdot 0,82 = \\ = 0,2 + 4,18 + 3,43 = 7,81 \text{ [V]}$$

$$u_p(2) = 3,43 \text{ [V]}$$

$$u_v(2\tau) = u_v(0+) + u_p(2) + u_p(2) \cdot \rho_v = 4,38 + 3,43 + 3,43 \cdot -0,82 = \\ = 4,38 + 3,43 - 2,81 = 5,00 \text{ [V]}$$

$$u_p(3) = -2,81 \text{ [V]}$$

$$u_b(3\tau) = u_b(\tau) + u_p(3) + u_p(3) \cdot \rho_b = 7,81 - 2,81 - 2,81 \cdot 0,82 = \\ = 7,81 - 2,81 + 2,30 = 2,70 \text{ [V]}$$

$$u_p(4) = -2,30 \text{ [V]}$$

$$u_v(4\tau) = u_v(2\tau) + u_p(4) + u_p(4) \cdot \rho_v = 5,00 - 2,30 + (-2,30) \cdot (-0,82) =$$

$$= 5,00 - 2,30 + 1,89 = 4,59 \text{ [V]}$$

$$u_p(5) = 1,89 \text{ [V]}$$

$$u_b(5\tau) = u_b(3\tau) + u_p(5) + u_p(5) \cdot \rho_b = 2,70 + 1,89 + 1,89 \cdot 0,82 =$$

$$= 2,70 + 1,89 + 1,55 = 6,14 \text{ [V]}$$

$$u_p(6) = 1,55 \text{ [V]}$$

$$u_v(6\tau) = u_v(4\tau) + u_p(6) + u_p(6) \cdot \rho_v = 4,59 + 1,55 + 1,55 \cdot (-0,82) =$$

$$= 4,59 + 1,55 - 1,27 = 4,87 \text{ [V]}$$

$$u_p(7) = -1,27 \text{ [V]}$$

$$u_b(7\tau) = u_b(5\tau) + u_p(7) + u_p(7) \cdot \rho_b = 6,14 - 1,27 + (-1,27) \cdot 0,82 =$$

$$= 6,14 - 1,27 - 1,04 = 3,83 \text{ [V]}$$

$$u_p(8) = -1,04 \text{ [V]}$$

$$u_v(8\tau) = u_v(6\tau) + u_p(8) + u_p(8) \cdot \rho_v = 4,87 - 1,04 + (-1,04) \cdot (-0,82) =$$

$$= 4,87 - 1,04 + 0,85 = 4,68 \text{ [V]}$$

$$u_p(9) = 0,85 \text{ [V]}$$

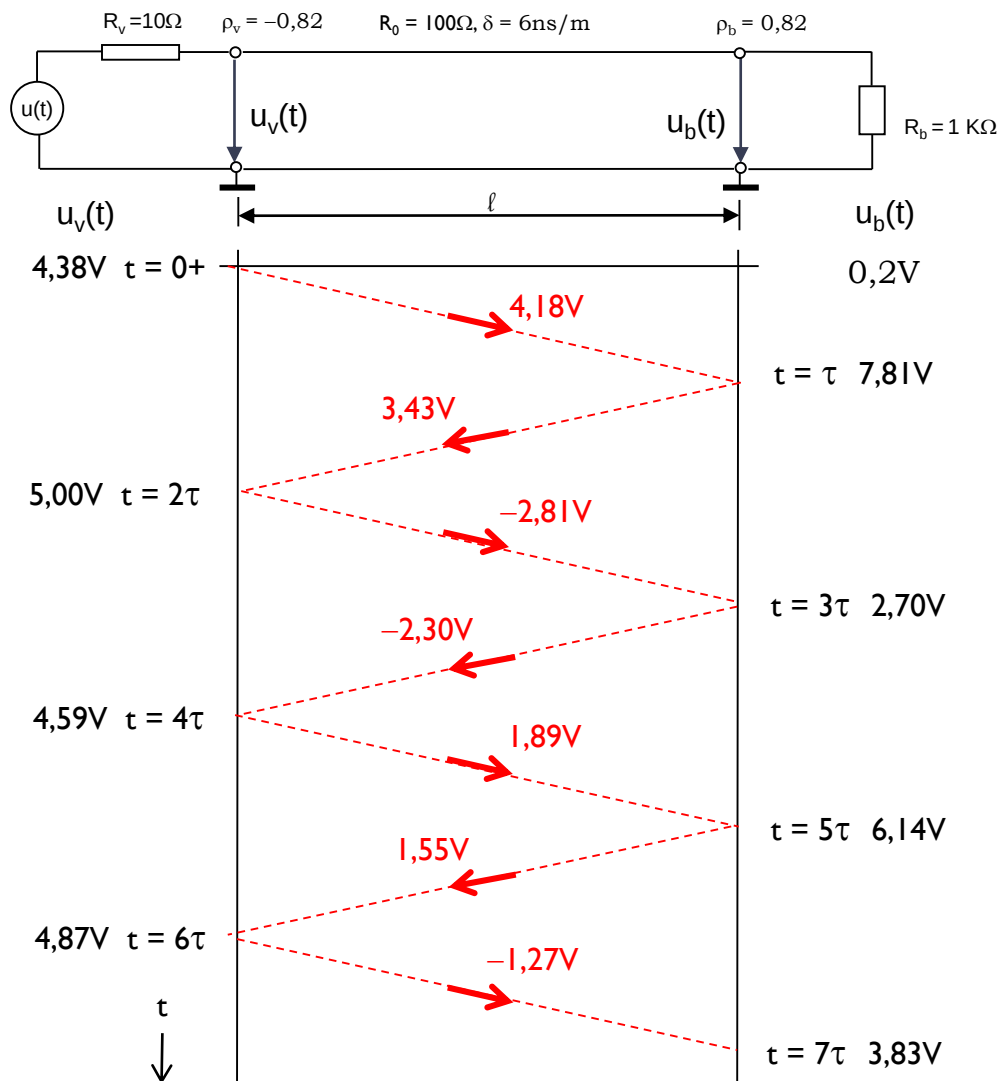
$$\begin{aligned}
 u_b(9\tau) &= u_b(7\tau) + u_p(9) + u_p(9) \cdot \rho_b = 3,83 + 0,85 + 0,85 \cdot 0,82 = \\
 &= 3,83 + 0,85 + 0,7 = 4,93 \text{ [V]} \\
 u_p(10) &= 0,7 \text{ [V]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_v(10\tau) &= u_v(8\tau) + u_p(10) + u_p(10) \cdot \rho_v = 4,68 + 0,7 + 0,7 \cdot (-0,82) = \\
 &= 4,68 + 0,7 - 0,57 = 4,81 \text{ [V]} \\
 u_p(11) &= -0,57 \text{ [V]}
 \end{aligned}$$

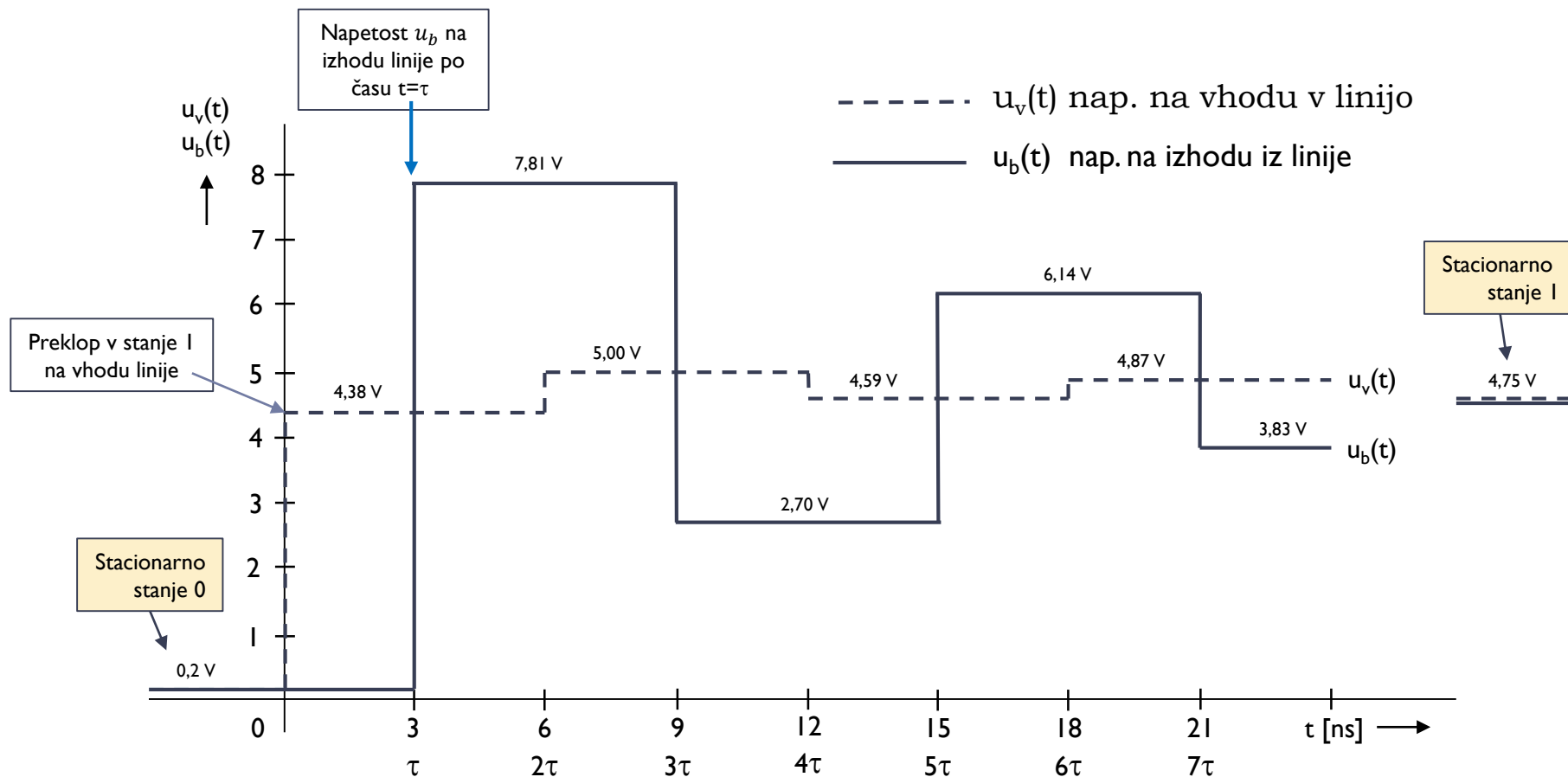
... po času $t = 10\tau$ lahko smatramo, da odboji ne vplivajo več in izračunamo

$$u_v(10\tau) = u_b(10\tau) = \frac{U_1}{R_v + R_b} R_b = \frac{4,8 \text{ [V]}}{10 + 1000} \cdot 1000 = 4,75 \text{ [V]}$$

- Mrežni diagram – prikazuje odbite, to je ‘potujoče’ valove, $u_p(t)$ ki potujejo po liniji v eno in drugo smer v odvisnosti od časa.



□ Časovni diagram poteka napetosti na vходу in izhodu iz linije do časa $t = 7\tau$



Primer: Izračun odbojev

Simulacija :

Animation Settings

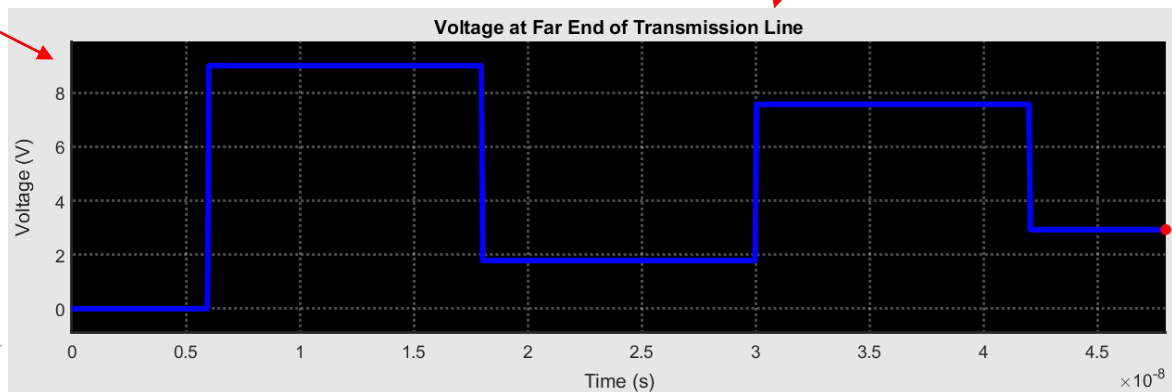
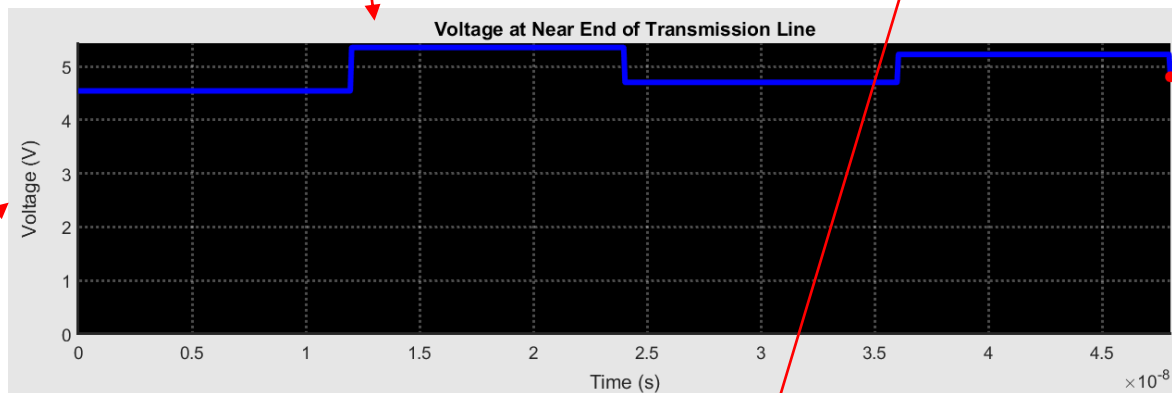
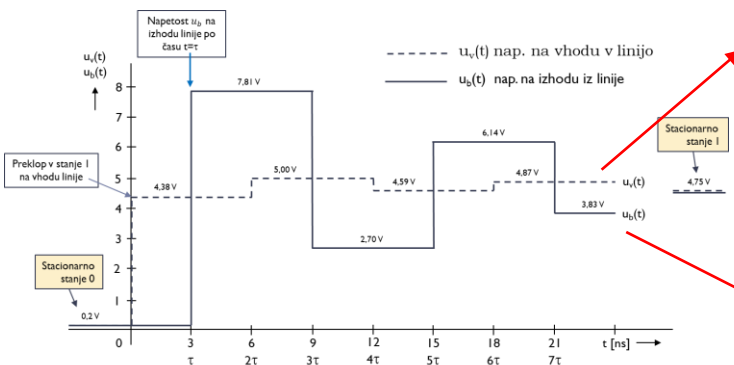
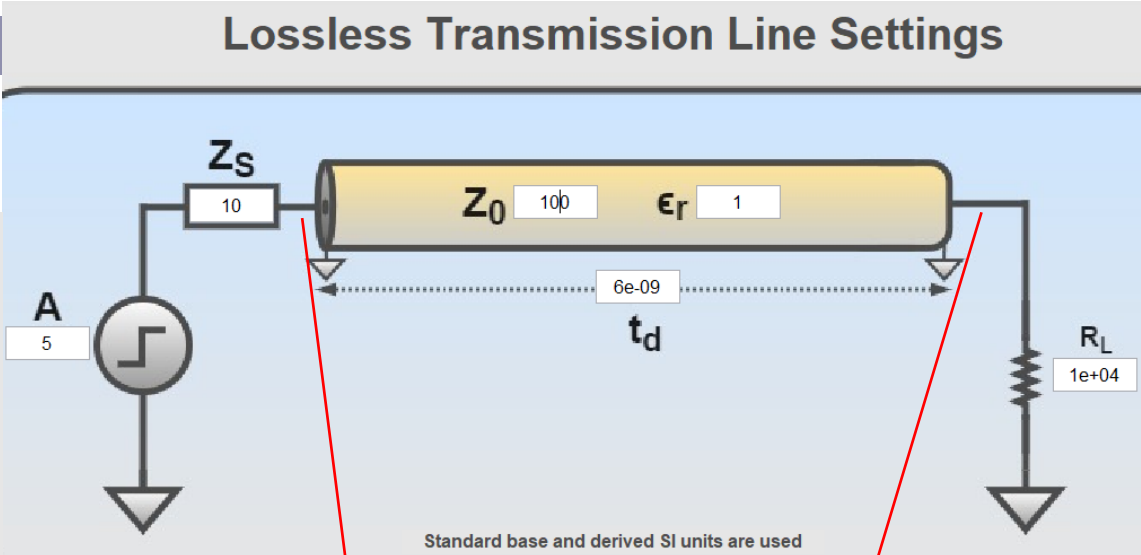


Animation Speed

5

Stop Time

48e-09



Povzetek analize odbojev

- V praksi se največkrat uporablja:
 - $R_v < R_0$
 - izhodna upornost oddajnika je manjša od karakteristične upornosti linije.
 - $R_b \gg R_0$
 - vhodna upornost sprejemnika je veliko večja od karakteristične upornosti linije.

- Za zgornje upornosti je odbojni koeficient
 - na vhodu linije negativen ($\rho_v < 0$)
 - na izhodu linije pa pozitiven in blizu 1 ($\rho_b > 0$ in $\rho_b \sim 1$).

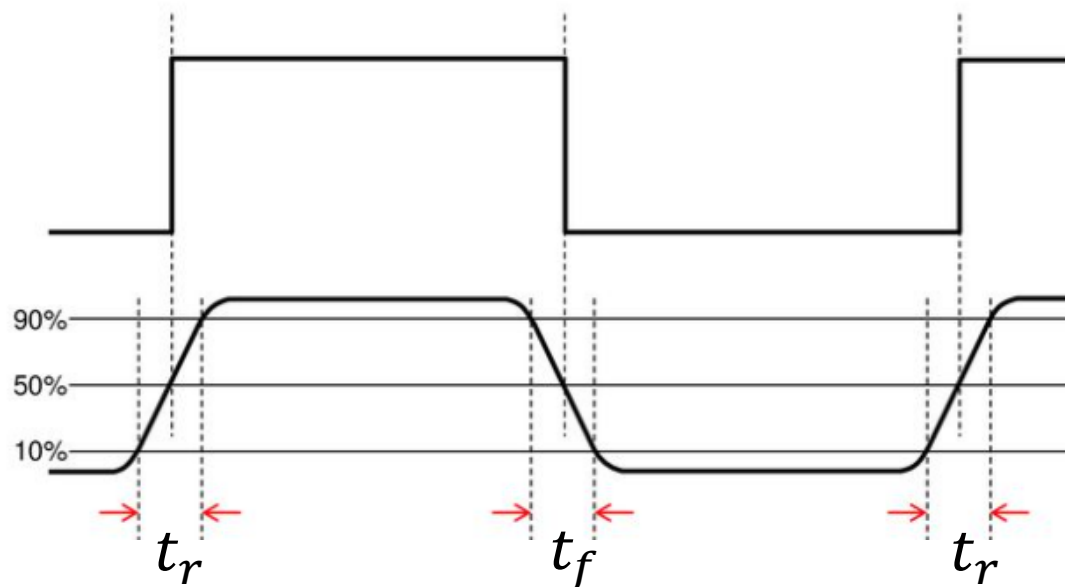
- Pri analizi odbojev je treba upoštevati še
 - hitrost (preklopne čase) čipov in
 - hitrost spreminjanja signalov iz enega stanja v drugo (ang. rise time).

6.2 Vpliv časa vzpona signala (t_r) na odboje

- ❑ Čas vzpona (ang. rise time) - t_r se pojavi pri spremembi stanja iz 0 v 1.
To je čas, ki je potreben, da se izvede sprememba napetosti iz 10 % do 90%.
- ❑ Čas padca (ang. fall time) - t_f se pojavi pri spremembi stanja iz 1 v 0.
To je čas, ki je potreben, da se izvede sprememba napetosti iz 90 % do 10%.

Idealen signal

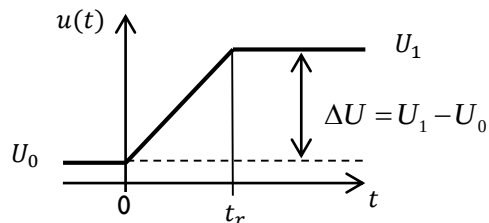
Realen signal



□ Signal je podan kot

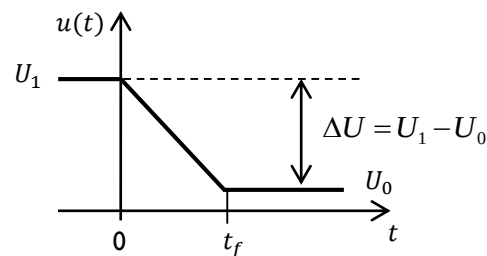
- Stacionarno stanje pred časom $t = 0$
- Linearno naraščajoča ali padajoča funkcija v času od 0 do t_r
- Stacionarno stanje od časa t_r dalje

sprememba signala iz 0 v 1



$$\begin{aligned} u(t) &= U_0 & t < 0 \\ u(t) &= U_0 + \Delta U \cdot \frac{t}{t_r} & 0 \leq t \leq t_r \\ u(t) &= U_1 & t > t_r \end{aligned}$$

sprememba signala iz 1 v 0



ΔU je višja-nižja

$$\begin{aligned} u(t) &= U_1 & t < 0 \\ u(t) &= U_0 + \Delta U \cdot \left(1 - \frac{t}{t_f}\right) & 0 \leq t \leq t_f \\ u(t) &= U_0 & t > t_f \end{aligned}$$

□ Vpliv časa vzpona t_r na odboje

- Daljše linije ($t_r \ll \tau$) – ne upoštevamo časa vzpona
- Kratke linije – potujoči val doseže maksimalno vrednost šele po času t_r

- Predpostavljali smo, da je čas vzpona signala mnogo manjši od časa potovanja signala po liniji $t_r \ll \tau$, oziroma $t_r = 0$.

Pri kratkih linijah zgornja trditev ne velja več.

- Pri računanju odbojev bomo upoštevali čas vzpona t_r , kar pomeni, da vsak potujoči val doseže svojo maksimalno vrednost šele po času t_r .

- Vzemimo prejšnji primer napetostno napajane linije ($R_v < R_0$ in $R_v \gg R_0$).

- Čas vzpona signala t_r naj bo enak različnim časom potovanja signala (τ) po liniji, to je:

$$t_r = \tau$$

$$t_r = 2\tau$$

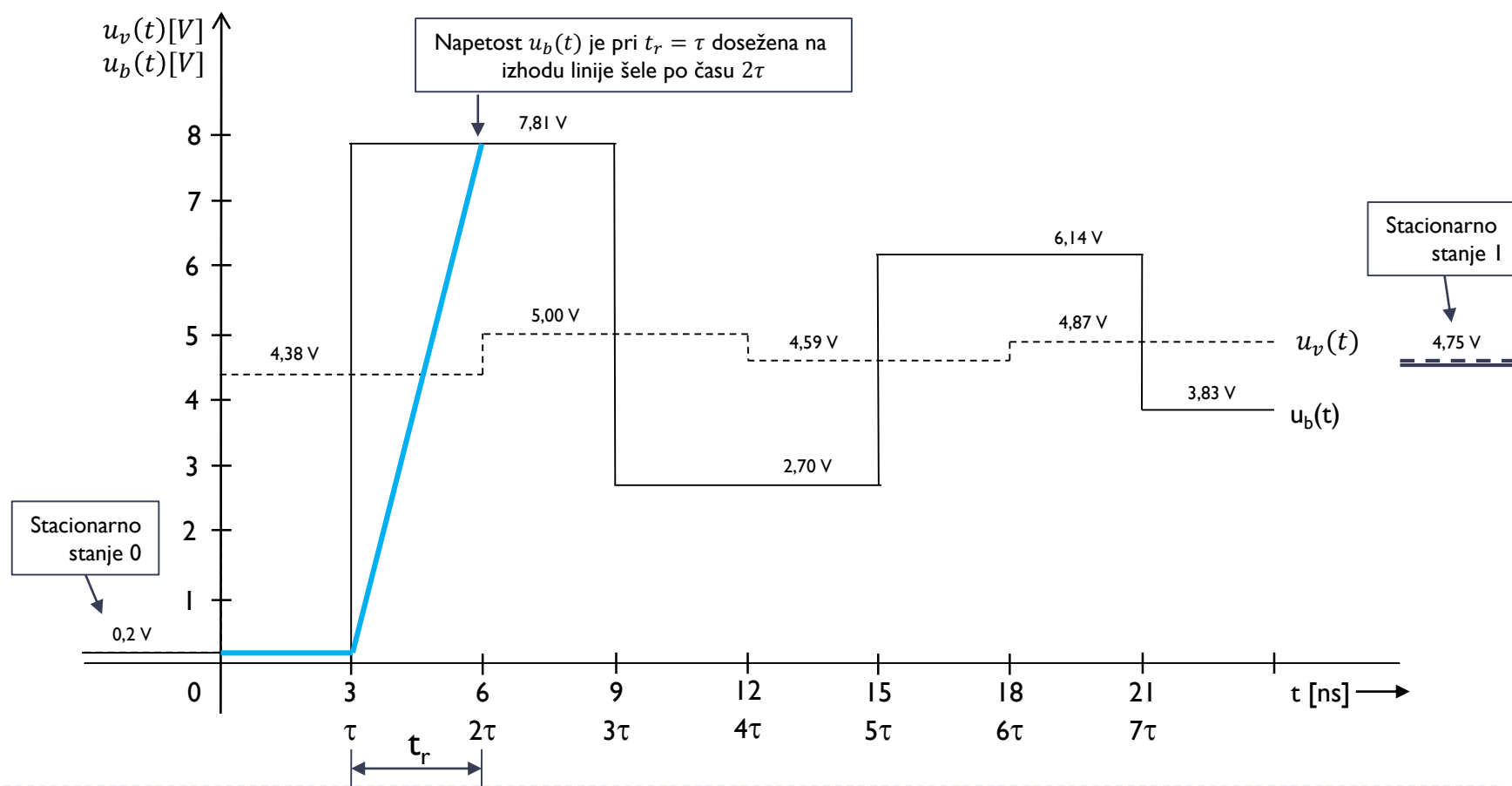
$$t_r = 3\tau$$

- Čas vzpona vpliva seveda na obliko signala $u_v(t)$ na vhodu v linijo in prav tako na obliko signala $u_b(t)$ na izhodu iz linije.

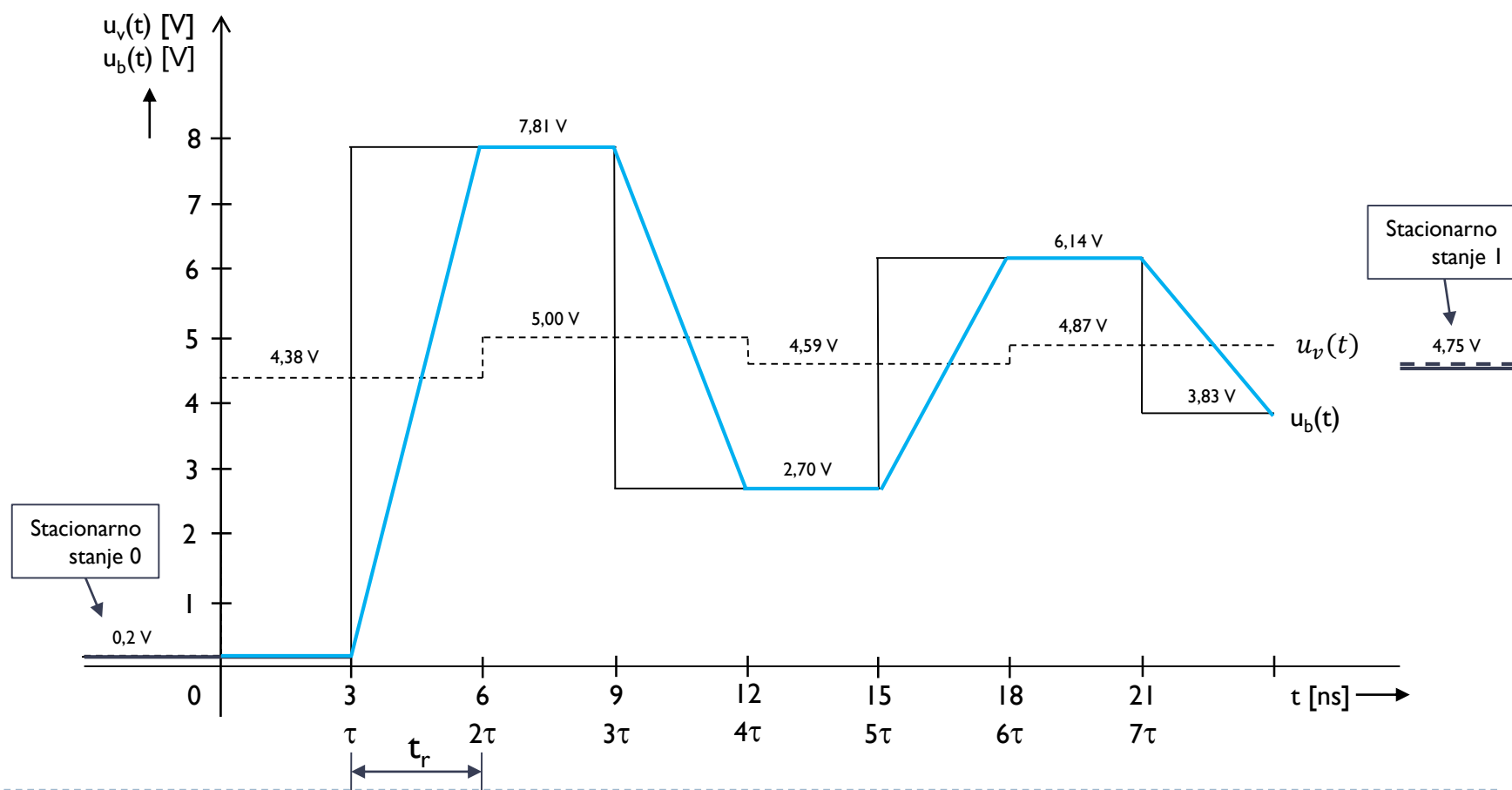
- Na slikah je prikazan z odboji samo potek signala $u_b(t)$ na izhodu iz linije, to je na vhodu v sprejemnik oz na bremenu.

□ $t_r = \tau$: Čas vzpona signala t_r je enak času potovanja signala po liniji (τ)

- Vsak potujoči val doseže svojo končno vrednost na izhodu šele po času $t_r = \tau = 3 \text{ [ns]}$.
- V časovnem diagramu so prikazani: vhodni signal v linijo $u_v(t)$ - črčkana črta; idealni izhodni signal iz linije $u_b(t)$ - tanka polna črta; izhodni signal iz linije $u_b(t)$ pri $t_r = \tau$ - modra črta.

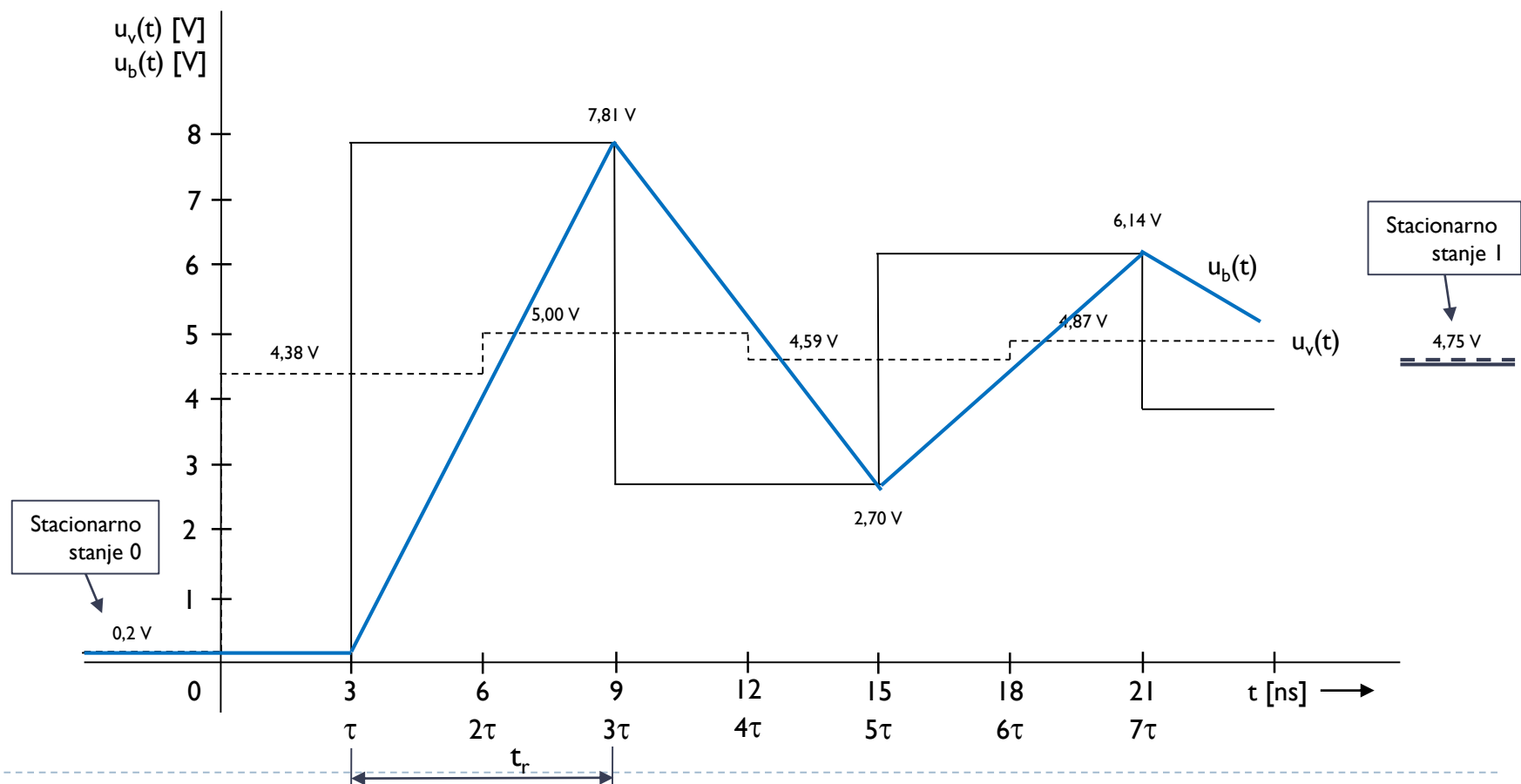


- Izhodni signal za čas vzpona $t_r = \tau$



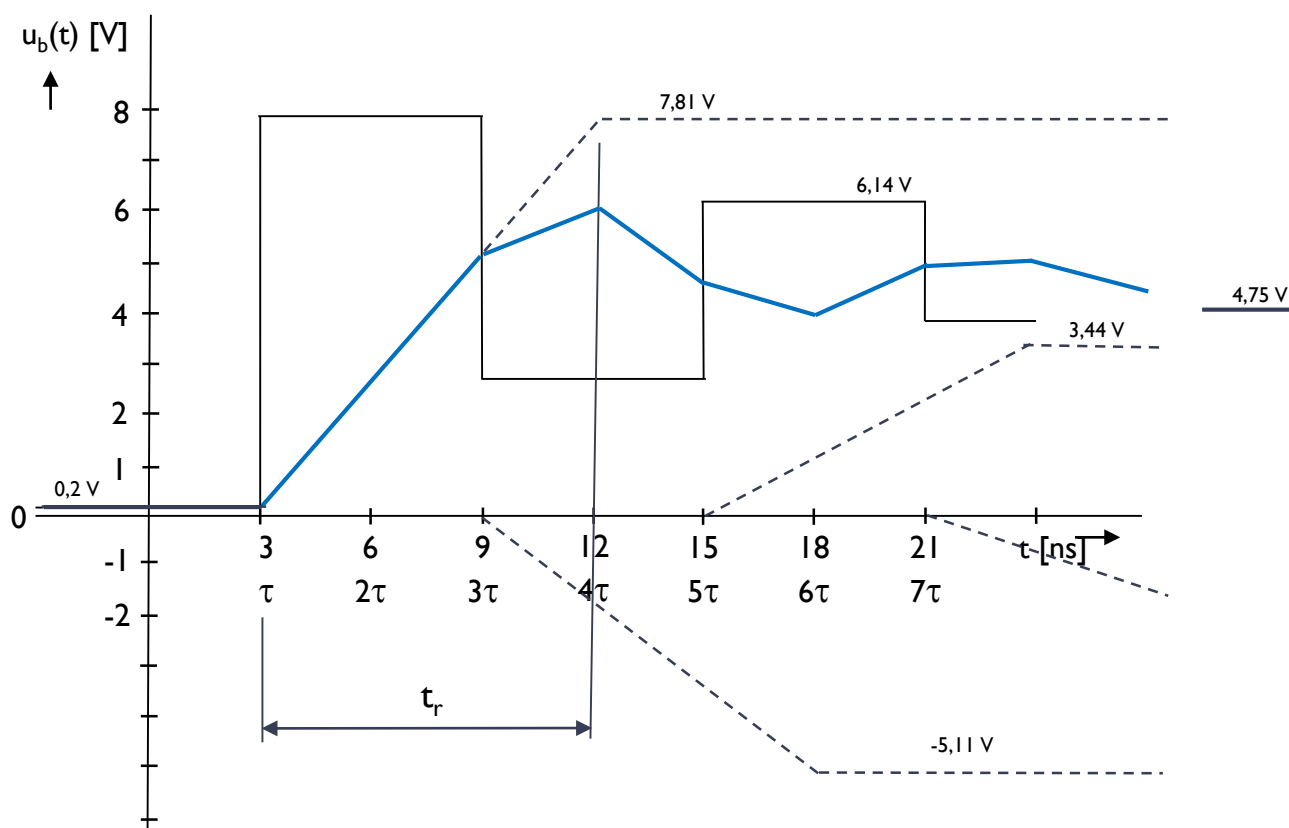
□ $t_r = 2\tau$: Čas vzpona signala t_r je enak dvojnemu času potovanja signala po liniji (2τ)

- vsak potujoči val dosegel svojo maksimalno vrednost v trenutku, ko bo prispel naslednji potujoči val – dobimo trikotne valove.
- Trajanje maksimalne vrednosti je omejeno samo na en trenutek pri $3\tau, 5\tau, \dots$



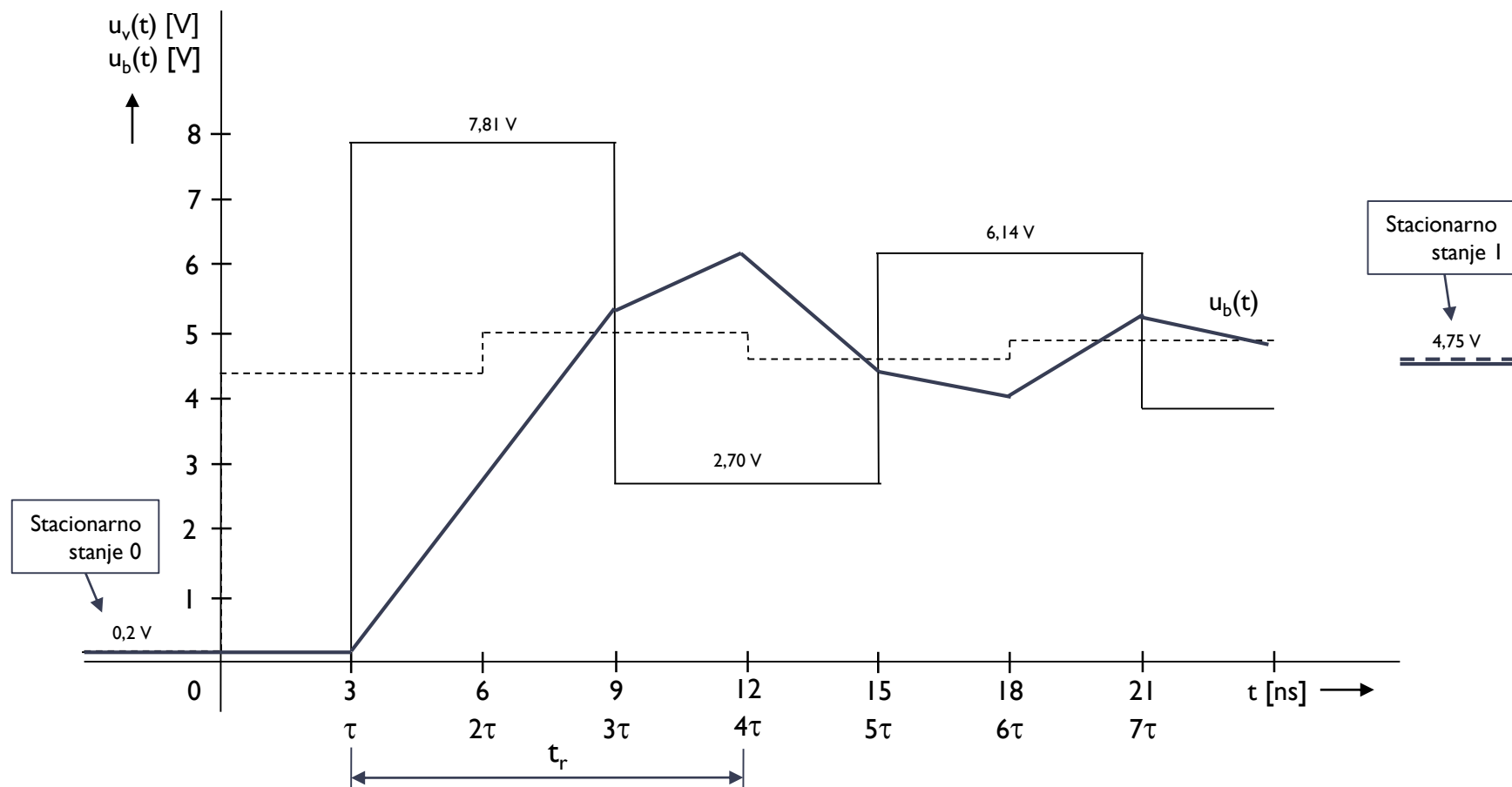
□ $t_r = 3\tau$: Čas vzpona signala t_r je enak trojnemu času potovanja signala po liniji (3τ), ($t_r > 2\tau$)

- Vsak val doseže samo 2/3 svoje končne vrednosti, ko bo že prišel nov odbiti val (2τ).
- Prikazana je izhodna napetost $u_b(t)$



□ Rešitev je podana za čas vzpona $t_r = 3\tau$:

- Prikazani sta vhodna napetost $u_v(t)$ in izhodna napetost $u_b(t)$



Povzetek vpliva časa vzpona t_r na odboje

- ❑ Velikost (amplituda) napetostnih sprememb se z večanjem razmerja t_r / τ manjša.
- ❑ Če **povečamo čas vzpona** na $t_r = 10 \tau$, postane **vpliv odbojev zanemarljiv** in linijo lahko smatramo kot idealno zaključeno (brez odbojev). Se pa zato čas v katerem signal doseže svojo končno vrednost zelo podaljša.
- ❑ Čas vzpona, ki je večji od 0, pomeni, da se ustrezni nivo signala (nivo, ki je potreben za preklop) na sprejemniku namesto po času τ , pojavi še kasneje.
To povečanje zakasnitve je pri digitalnih sistemih približno za $0,5 t_r$.
- ❑ Sprejemnik zazna spremembo signala šele po zakasnitvi $(\tau + 0,5 t_r)$ – to pa zmanjšuje maksimalno hitrost prenosa po liniji.

- ❑ Pravila ožičenja za posamezne družine integriranih vezij, ki imajo različne čase vzpona, določajo maksimalno dolžino linije, da odboji niso preveliki in ne motijo delovanja logičnih vezij.

- Običajno se zahteva, da je $t_r > 3\tau$, to je $t_r > 3 \cdot (l \cdot \delta)$
- Pri tipični zakasnitvi na tiskanih vezjih $\delta = 6,5$ [ns/m] lahko za standardna TTL integrirana vezja s časom vzpona $t_r = 6$ do 8 [ns] izračunamo maksimalno dolžino povezave:

$$l_{max} = \frac{t_r}{3 \delta} = \frac{6 \text{ [ns]}}{3 \cdot 6,5 \left[\frac{\text{ns}}{\text{m}}\right]} = 0,3 \text{ [m]}$$

- To pomeni, da bodo pri povezavah, ki so krajše (ali enake) $0,3$ [m], odboji tako majhni, da ne bodo vplivali na pravilno delovanje.
- Pri daljših povezavah pa je potrebno odboje upoštevati.
- Pri hitrejših vezjih, ki imajo manjši čas vzpona t_r je seveda maksimalna dolžina linij krajša.

6.3 Omejevanje odbojev

□ V digitalnem sistemu je na tiskanem vezju:

- $R_{IZH} = R_v < R_0$ - izhodna upornost oddajnika je manjša od karakteristične upornosti linije in
- $R_{VH} = R_b \gg R_0$ - vhodna upornost sprejemnika je veliko večja od karakteristične upornosti linije.

□ Problem:

Odboji, ki pri taki konfiguraciji nastanejo, lahko povzročijo **napačno delovanje vezja**.

- Napačni biti na podatkovnih ali naslovnih linijah
- Napačni krmilni signali
- Napačno proženje vezij za prenos urinih signalov

□ Rešitev je v **omejevanju odbojev**, ki jih lahko dosežemo:

- z večanjem razmerja t_r / τ (prikazani primeri za $t_r = \tau, 2\tau, 3\tau$)
- z zaključitvijo linije (primeri so v nadaljevanju)

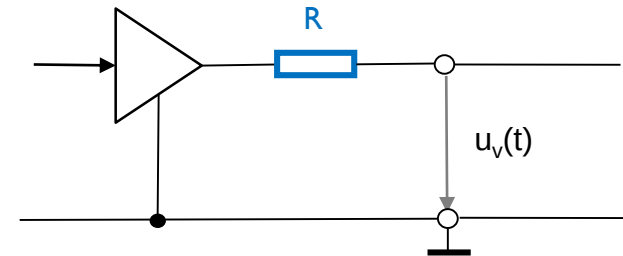
Zaključitev = prilagoditev (izenačenje) upornosti oddajnika in/ali sprejemnika karakteristični upornosti linije

- Vrste zaključitev: serijska, paralelna, izmenična (AC), Theveninova, diodna

□ Serijska zaključitev

- Prilagoditveni upor (R) vežemo med izhod oddajnika in vhod v linijo.
- Na vhodu v linijo** želimo doseči, da je **odbojni koeficient** $\rho_v = \frac{R_v - R_0}{R_v + R_0} = 0$

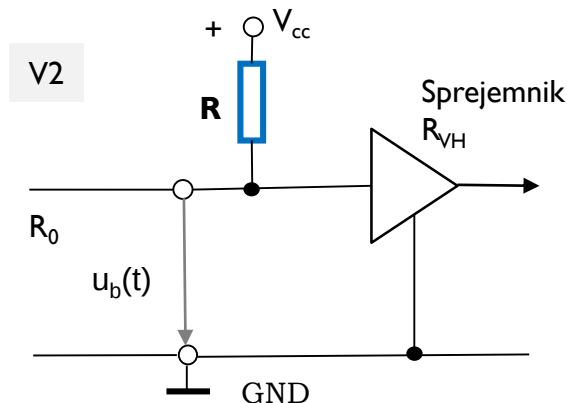
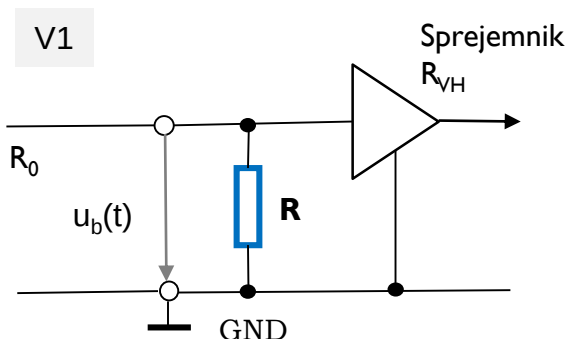
- To lahko dosežemo tako, da je $R_v = R_0$,
to pomeni, da je $R_{IZH} + R = R_0$ oziroma
$$R = R_0 - R_{IZH}$$



- Ugotovitve:**
 - Na linijo gre samo polovica signala (pol na $R_{IZH} + R$ in pol na R_0)
 - Na sprejemni strani je običajno $\rho_b = 1$ (vhodna upornost sprejemnika je visoka $R_b \gg R_0$)
 - Odboj je 100 % → napetost se na izhodu linije podvoji in imamo v času $t = \tau$ poln signal)
 - Odbiti val iz sprejemne strani sicer potuje nazaj na vhod, kjer ni več odboja.
- Prednost:** Takšna zaključitev najmanj obremenjuje oddajnik → potrebujemo en upor za vsako linijo.
- Slabosti:** Nelinearni oddajniki: R_{IZH} je različna za stanji 0 in 1 → izbira upora R je problematična.
Pri linijah z odcepi → polno napetost dobimo šele v času $t = 2\tau$.

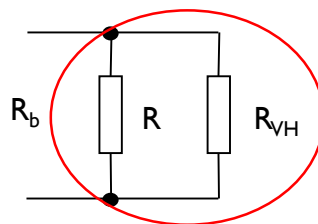
□ Ostale zaključitve:

- Na izhodu iz linije želimo doseči, da je odbojni koeficient $\rho_b = \frac{R_b - R_0}{R_b + R_0} = 0$
- **Paralelna zaključitev** - zaključitveni upor R poveže izhod linije na maso (ang. pull down) ali na napajalno napetost (ang. pull-up)



$$R_b = \frac{R_{vh} \cdot R}{R_{vh} + R}$$

- vhodno upornost sprejemnika (R_{VH}) prilagodimo karakteristični upornosti linije R_0 .
- Če je $R_{VH} \gg R_0$ ($R_{VH} \rightarrow \infty$) in želimo, da je $\rho_b = \frac{R_b - R_0}{R_b + R_0} = 0$, potem mora biti upornost $R = R_0$



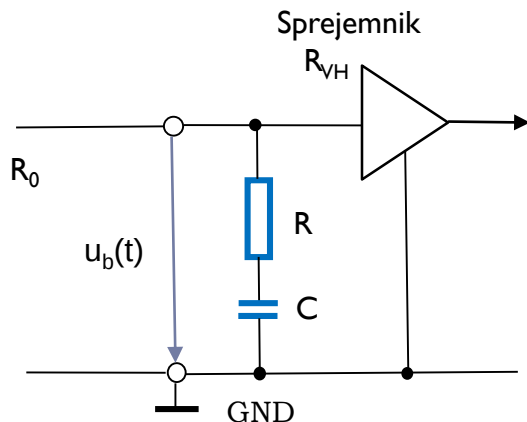
upornosti v paralelni vezavi za $R_{VH} \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{R_b} = \frac{1}{R_{VH}} + \frac{1}{R} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{R} = \frac{1}{R} \rightarrow R_b = R$$

- **Prednost:** enostavna zaključitev.
- **Slabost:** velika enosmerna poraba energije v stanju 1 (shema V1) ali v stanju 0 (shema V2)

□ Izmenična (AC) zaključitev

- Na koncu linije sta zaporedno vezana upor R , ki služi za prilagoditev, katera je enaka paralelni zaključitvi ($R=R_0$) in kondenzator C , ki blokira enosmerno napetost.



$$R_b = \frac{R_{VH} \cdot R}{R_{VH} + R}$$

- Pri obremenjeni liniji je čas za polnjenje kondenzatorja $T = R \cdot C > 2\tau$, $C > \frac{2 \cdot \tau}{R}$
- Primer:

$$\tau = 0,6 \text{ [ns]} \quad R = 70 \text{ } \Omega, \quad C > \frac{2 \cdot 0,6}{70} = \frac{1,2 \text{ [ns]}}{70 \text{ } \Omega} = 0,017 \text{ [nF]} = 17 \text{ [pF]}$$

- Prednost:** Zmanjša se poraba $\rightarrow$ kondenzator C blokira enosmerno komponento signala (stacionarno stanje), njegova izbira pa omogoča oblikovanje signala na izhodu.
- Slabost:** dolgo zaporedje enakih bitov nabije kondenzator na višjo napetost kot en sam in v tem primeru se po preklopu, ko se polariteta zamenja, kondenzator dalj čas prazni.

Naloga 1: Analiza odbojev

- Zanimajo nas napetosti na povezavi v točkah a ($u_v(t)$) in b ($u_b(t)$) do časa $t = 4\tau$, če se signal oddajnika spremeni iz nizkega stanja (0) v visoko stanje (1).

Podatki:

napetosti signala: $U_0 = 0.2 \text{ V}$, $U_1 = 4.8 \text{ V}$

dolžina linije: $l = 50 \text{ cm}$,

zakasnitev signala: $\delta = 6 \text{ ns/m}$

upornosti: $R_0 = 10 \Omega$, $R_v = 10 \Omega$, $R_b = 100 \Omega$

- Naloge:

1. Narišite model povezave s podatki oddajnika, sprejemnika in linije ter časovni diagram preklopa stanja na izhodu oddajnika.
2. Izračunane napetosti $u_v(t)$ in $u_b(t)$ zaokrožite na dve decimalni mesti.
3. Narišite mrežni in časovni diagram.

Rešitev

1.) $R_v = R_0$ in $R_b > R_0$

2.) Napetosti $u_v(t)$ in $u_b(t)$:

odbojna koeficienta ρ_v in ρ_b : $\rho_v = \frac{R_v - R_0}{R_v + R_0} = 0$, $\rho_b = \frac{R_b - R_0}{R_b + R_0} = \frac{100 - 10}{100 + 10} = 0,82$

$$u_v(0-) = u_b(0-) = \frac{U_0}{R_v + R_b} R_b = \frac{0,2 \cdot 100}{10 + 100} = 0,18 [V]$$

$$u_v(0+) = u_v(0-) + \frac{\Delta U}{R_v + R_0} R_0 = 0,18 + \frac{4,6 \cdot 10}{10 + 10} = 0,18 + 2,3 = 2,48 [V]$$

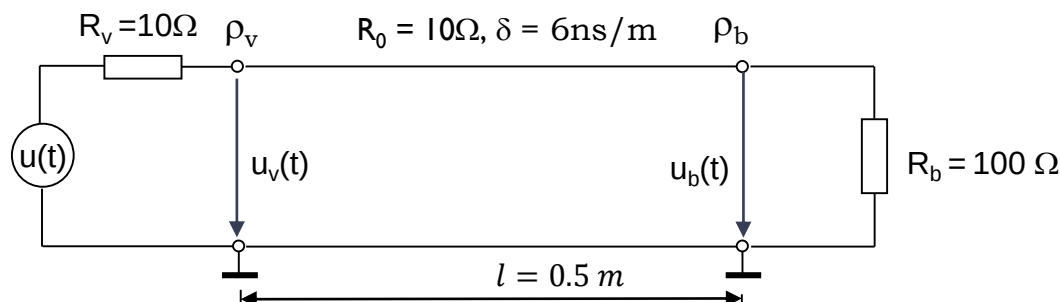
$$u_p(1) = 2,3 [V]$$

$$u_b(\tau) = u_b(0-) + u_p(1) + u_p(1)\rho_b = 0,18 + 2,3 + 2,3 \cdot 0,82 = 2,48 + 1,89 = 4,37 [V]$$

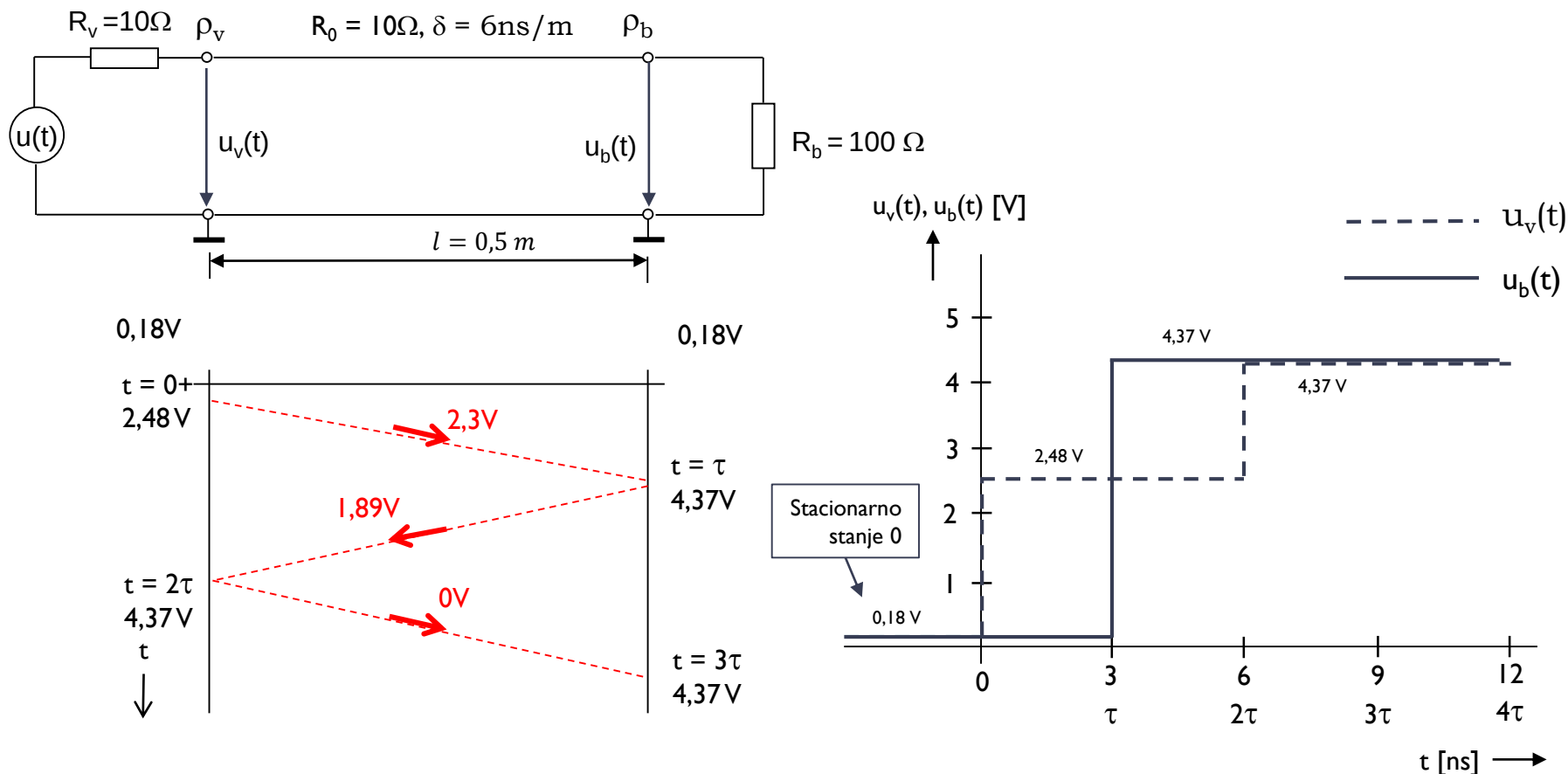
$$u_p(2) = 1,89 [V]$$

$$u_v(2\tau) = u_v(0+) + u_p(2) + u_p(2)\rho_v = 2,48 + 1,89 + 1,89 \cdot 0 = 4,37 [V]$$

$$u_p(3) = 0 [V]$$

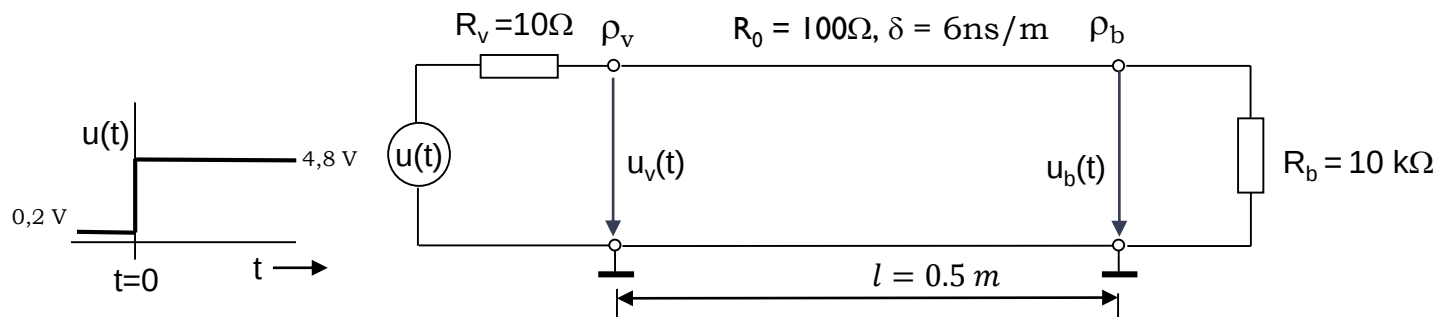


3.) Mrežni in časovni diagram, če je čas potovanja signala $\tau = \delta \cdot l = 6\text{ns/m} \cdot 0,5\text{m} = 3\text{ns}$



Naloga 2: Analiza odbojev za $t_r = 3\tau$

- Za model električne linije so podane relacije upornosti: $R_v < R_0$ in $R_b > R_0$



Izračun napetostnega odbojnega koeficienta na:

vhodu linije (ρ_v) $\rho_v = \frac{R_v - R_0}{R_v + R_0} = \frac{10 - 100}{10 + 100} = -0.82,$

izhodu linije (ρ_b) $\rho_b = \frac{R_b - R_0}{R_b + R_0} = \frac{10000 - 100}{10000 + 100} \approx 1$

Napetosti na vhodu in izhodu linije v časih $t = 0-, 0+, \tau, 2\tau, 3\tau, \dots, 13\tau$

$$u_v(0-) = u_b(0-) = \frac{U_0}{R_v + R_b} R_b = \frac{0.2 \cdot 10000}{10 + 10000} = 0.198 = \boxed{0.2 \text{ [V]}}$$

$$u_v(0+) = u_v(0-) + \frac{\Delta U}{R_v + R_0} R_0 = 0.2 + \frac{4.6 \cdot 100}{10 + 100} = 0.2 + 4.18 = \boxed{4.38 \text{ [V]}}$$

$$u_p(1) = 4.18 \text{ [V]}$$

$$u_b(\tau) = u_b(0-) + u_p(1) + u_p(1)\rho_b = 0,2 + 4,18 + 4,18 \cdot 1 = 8,56 [V]$$

$$u_p(2) = 4,18 [V]$$

$$u_v(2\tau) = u_v(0+) + u_p(2) + u_p(2)\rho_v = 4,38 + 4,18 + 4,18 \cdot (-0,82) = 5,14 [V]$$

$$u_p(3) = -3,42 [V]$$

$$u_b(3\tau) = u_b(\tau) + u_p(3) + u_p(3)\rho_b = 8,56 - 3,42 - 3,42 \cdot 1 = 1,72 [V]$$

$$u_p(4) = -3,42 [V]$$

$$u_v(4\tau) = u_v(2\tau) + u_p(4) + u_p(4)\rho_v = 5,14 - 3,42 + (-3,42) \cdot (-0,82) = 4,52 [V]$$

$$u_p(5) = 2,8 [V]$$

$$u_b(5\tau) = u_b(3\tau) + u_p(5) + u_p(5)\rho_b = 1,72 + 2,8 + 2,8 \cdot 1 = 7,32 [V]$$

$$u_p(6) = 2,8 [V]$$

$$u_v(6\tau) = u_v(4\tau) + u_p(6) + u_p(6)\rho_v = 4,52 + 2,8 + 2,8 \cdot (-0,82) = 5,02 [V]$$

$$u_p(7) = -2,3 [V]$$

$$u_b(7\tau) = u_b(5\tau) + u_p(7) + u_p(7)\rho_b = 7,32 - 2,3 - 2,3 \cdot 1 = 2,72 [V]$$

$$u_p(8) = -2,3 [V]$$

$$u_v(8\tau) = u_v(6\tau) + u_p(8) + u_p(8)\rho_v = 5,02 - 2,3 + (-2,3) \cdot (-0,82) = 4,62 [V]$$

$$u_p(9) = 1,9 [V]$$

$$u_b(9\tau) = u_b(7\tau) + u_p(9) + u_p(9)\rho_b = 2,72 + 1,9 + 1,9 \cdot 1 = 6,52 [V]$$

$$u_p(10) = 1,9 [V]$$

$$u_v(10\tau) = u_v(8\tau) + u_p(10) + u_p(10)\rho_v = 4,62 + 1,9 + 1,9 \cdot (-0,82) = 4,96 [V]$$

$$u_p(11) = -1,56 [V]$$

$$u_b(11\tau) = u_b(9\tau) + u_p(11) + u_p(11)\rho_b = 6,52 - 1,56 - 1,56 \cdot 1 = 3,4 [V]$$

$$u_p(12) = -1,56 [V]$$

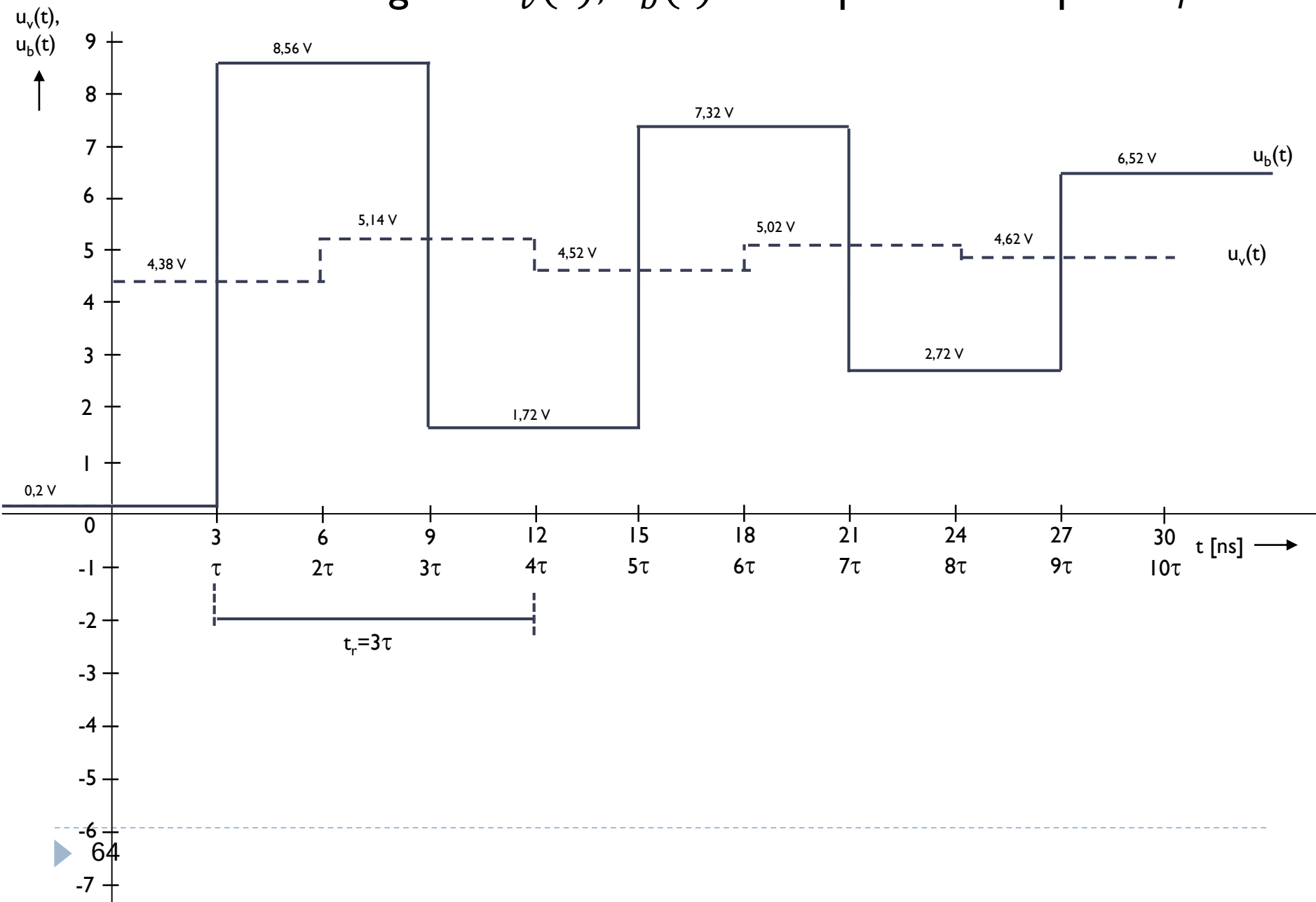
$$u_v(12\tau) = u_v(10\tau) + u_p(12) + u_p(12)\rho_v = 4,96 - 1,56 + (-1,56) \cdot (-0,82) = 4,68 [V]$$

$$u_p(13) = 1,28 [V]$$

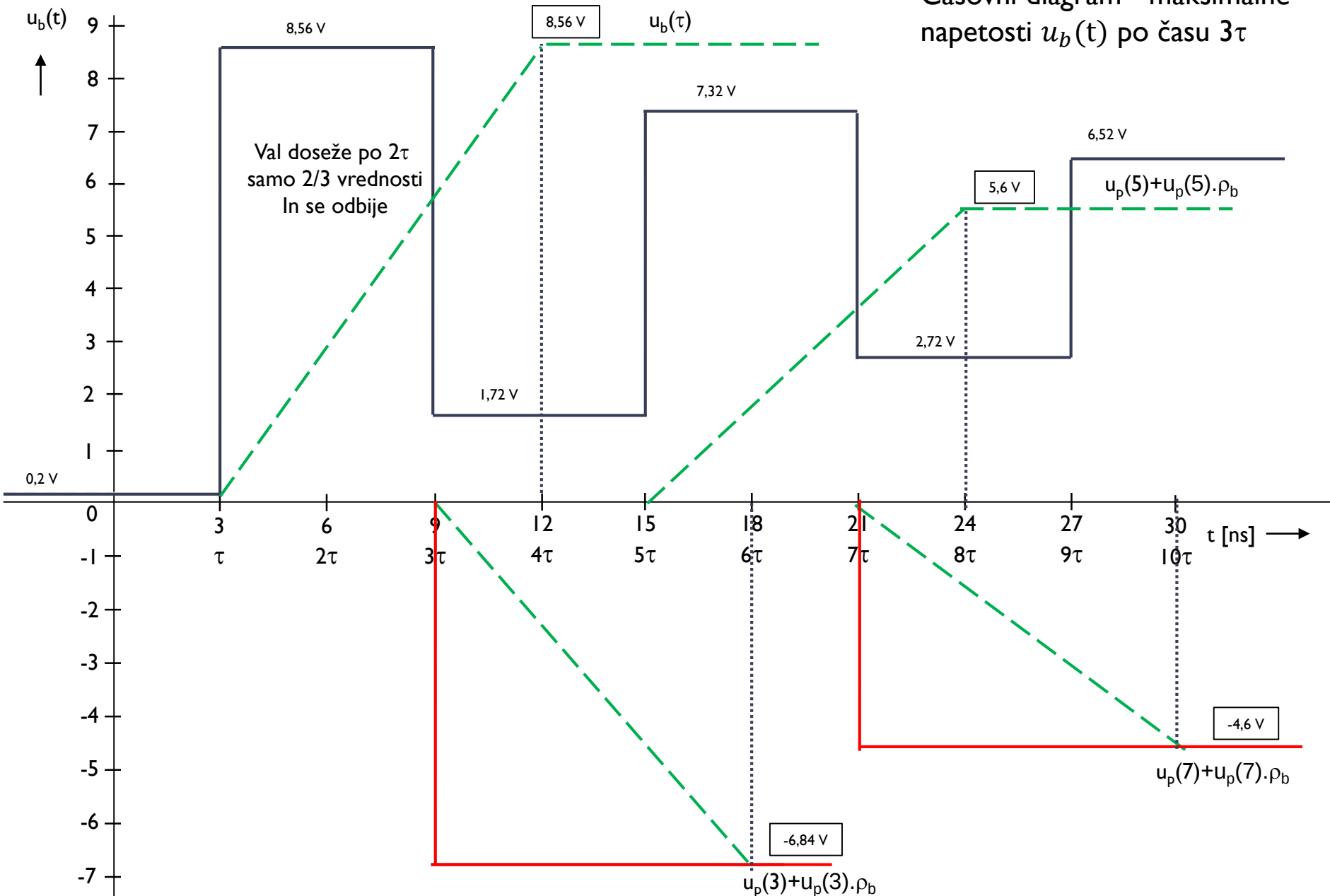
$$u_b(13\tau) = u_b(11\tau) + u_p(13) + u_p(13)\rho_b = 3,4 + 1,28 + 1,28 \cdot 1 = 5,96 [V]$$

$$u_p(14) = 1,28 [V]$$

Časovni diagram $u_v(t)$, $u_b(t)$ brez vpliva časa vzpona t_r



Časovni diagram - maksimalne napetosti $u_b(t)$ po času 3τ



Časovni diagram napetosti $u_b(t)$ v odvisnosti od časa vzpona t_r

