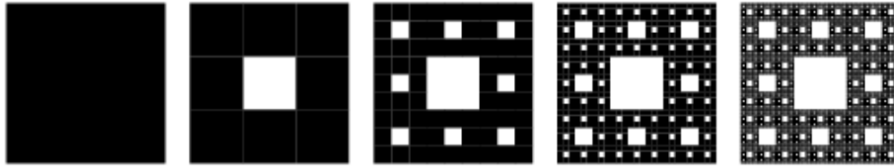


Osnove matematične analize

Vaje 6

1. Izračunaj obseg in ploščino preproge Sierpinskega.



Rešitev: Obseg je neskončen, ploščina pa 0.

2. Določi definicijsko območje naslednjih funkcij in ugotovi, ali so injektivne. Če niso, definicijsko območje smiselno zmanjšaj in nato določi inverzno funkcijo.

(a) $* f(x) = \sqrt{e^{2x} - 3e^x + 2}$,

(b) $f(x) = \log(2 \sin x - \sqrt{3})$.

Rešitve:

(a) $\mathcal{D}_f = (-\infty, 0] \cup [\log 2, \infty)$, $\mathcal{Z}_f = [0, \infty)$, niti liha niti soda, ni injektivna na $\mathcal{D}_f$, je injektivna na $[\log 2, \infty)$,

(b) $\mathcal{D}_f = \dots \cup \left(-\frac{5\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}\right) \dots$, $\mathcal{Z}_f = (-\infty, \log(2 - \sqrt{3})]$, niti liha niti soda, ni injektivna na $\mathcal{D}_f$, je injektivna, če se omejimo npr. na $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$.

3. * Skiciraj graf funkcije

(a) $f(x) = \log(\sin x)$,

(b) $f(x) = \sin(\log x)$.

4. Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti naslednjim funkcijam. Obravnavaj njihovo sodost oziroma lihost ter razmisli o injektivnosti. Funkcije tudi nariši.

(a) $* f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$,

(b) $f(x) = xe^{-x^2/2}$,

(c) $* f(x) = \arcsin\left(\frac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1}\right)$,

(d) $f(x) = \sqrt{\frac{x(x-2)}{x^2-1}}$.

Rešitve:

(a) $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $\mathcal{Z}_f = \mathbb{R}$, ne liha ne soda, ni injektivna,

(b) $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$, $\mathcal{Z}_f = \left[-\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$, liha, ni injektivna,

(c) $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\mathcal{Z}_f = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\}$, liha, injektivna,

(d) $\mathcal{D}_f = (-\infty, -1) \cup [0, 1) \cup [2, \infty)$, $\mathcal{Z}_f = [0, \infty)$, ne liha ne soda, ni injektivna.